Correction exercice 103 p 41 : gymnastique
Transmath Nathan 2012

1) a) $u_{n+1} = a_{n+1} - 120 = 0,85a_n + 18 - 120 = 0,85(u_n + 120) - 102$

$u_{n+1} = 0,85u_n + 0,85\times120 - 102 = 0,85u_n$

$u_0 = a_0 - 120 = 50 - 120 = -70$

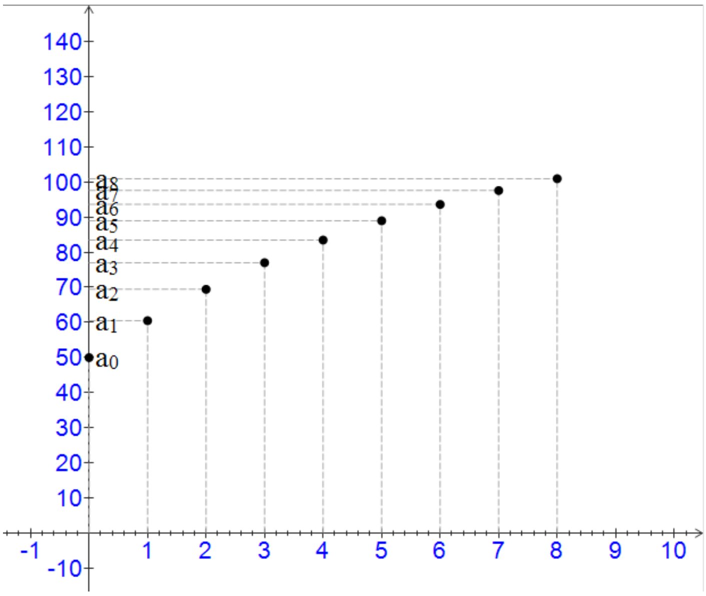
(u_n) est la suite géométrique de premier terme $u_0 = -70$ et de raison $q = 0,85$.

b) On a $u_n = u_0\times q^n = -70\times0,85^n$

Et $a_n = u_n + 120 = 120 - 70\times0,85^n$

c) Comme $0 < q < 1$ et $u_0 < 0$ alors la suite (u_n) est croissante.

Donc la suite (a_n) est aussi croissante.



d) $a_{20} = 120 - 70\times0.85^{20} \approx 117,29 \geq 117$

Comme la suite (a_n) est croissante alors pour $n \geq 20$ alors $a_{20} \geq 117$.

$a_n - 120 = -70\times0,85^n < 0$ pour $n > 0$.

Donc pour $n \geq 20$ alors $117 \leq a_n < 120$.

2) a) Le nombre d'heures de gymnastique à prévoir par semaine pour l'année 2006 + n est :

$0,6\times a_n + 0,4\times a_n\times2 = 1,4\times a_n = 1,4\times(120 - 70\times0,85^n) = 168 - 98\times0,85^n$.

b) 8 séances par semaine avec 20 personnes représentent $8\times20 = 160$ personnes.

Il faudra prévoir plus de 8 séances si $168 - 98\times0,85^n > 160$

Soit $98\times0,85^n < 8$

A partir du tableau suivant :

n	98x0,85^n
0	98,00
1	83,30
2	70,81
3	60,18
4	51,16
5	43,48
6	36,96
7	31,42
8	26,70
9	22,70
10	19,29
11	16,40
12	13,94
13	11,85
14	10,07
15	8,56
16	7,28

On déduit que $98\times0,85^n < 8 \quad \Leftrightarrow \quad n > 16$

$2006 + 16 = 2022$

C'est donc à partir de 2022 que l'association devra prévoir plus de 8 séances par semaine.