Cours calcul numérique

I Ecritures fractionnaires

a) Quotients égaux – égalité des produits en croix

Quotients égaux

Propriété :
On ne change pas un quotient **en multipliant ou en divisant** son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Exemples :

x 10

$$\frac{-3,7}{0,4} = \frac{-37}{4}$$

x 10

: 7

$$\frac{-35}{42} = \frac{(-5)\times 7}{6\times 7} = \frac{-5}{6}$$

: 7

Egalité des produits en croix

Propriété :
Si a, b, c et d désignent des nombres relatifs avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$,
dire que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ revient à dire que $a\times d = b\times c$.

b) Addition et soustraction

Les dénominateurs sont les mêmes.

Pour additionner (ou soustraire) deux nombres relatifs en écriture fractionnaire de même dénominateur, on additionne (ou soustrait) les numérateurs et on garde le même dénominateur.

si $k\neq 0$, on a donc : $\frac{a}{k} + \frac{b}{k} = \frac{a+b}{k}$ et $\frac{a}{b} - \frac{b}{k} = \frac{a-b}{k}$

exemple : $\frac{-7}{3} + \frac{0,5}{3} = \frac{-7+0,5}{3} = \frac{-6,5}{3} = -\frac{6,5}{3}$

Les dénominateurs sont différents

Pour additionner (ou soustraire) deux nombres relatifs en écriture fractionnaire de dénominateurs différents, on les réduit au même dénominateur en utilisant la propriété des quotients égaux.

exemples : $\frac{-1}{3}+\frac{5}{2}=\frac{-2}{6}+\frac{15}{6}=\frac{13}{6}$

(on remplace chaque quotient par un quotient égal de dénominateur 6)

c) Multiplication

Pour multiplier deux nombres relatifs en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Si a, b, c, d désignent des nombres (b $\neq 0$ et d $\neq 0$), alors : $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$

Exemple :

$$\frac{7}{4}\times\left(\frac{-8}{3}\right)=-\frac{7\times 8}{4\times 3}=-\frac{7\times 4\times 2}{4\times 3}=-\frac{14}{3}$$

Il faut penser à simplifier avant d'effectuer les produits.

d) Nombres inverses - Division

Nombres inverses

Définition et propriétés :

Deux nombres sont inverses si leur produit est égal à 1.

(2 et 0,5 ; 10 et 0,1 ; 3 et $\frac{1}{3}$; -5 et -0,2 .....)

L'inverse d'un nombre relatif a non nul ($\neq 0$) est le nombre $\frac{1}{a}$.

On le note aussi a^{-1}.

a et b désignant des nombres relatifs non nuls, l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.

<u>Exemples</u> :

L'inverse de 10 est $\frac{1}{10}$ (soit 0,1) ; l'inverse de -6 est $\frac{1}{-6}$ ou $-\frac{1}{6}$.(en effet $-6 \times -\frac{1}{6} = \frac{-6}{-6} = 1$.)

L'inverse de $\frac{3}{7}$; est $\frac{7}{3}$. On peut noter $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{3}$.

On peut calculer la valeur approchée de l'inverse d'un nombre avec la calculatrice en utilisant la touche $\boxed{x^{-1}}$ ou $\boxed{1/x}$

Attention : <u>Il ne faut pas confondre inverse et opposé</u> : l'inverse de 4 est $\frac{1}{4}$; son opposé est – 4.

<u>Division</u>

Pour diviser par $\frac{c}{d}$ (avec $c \neq 0$ et $d \neq 0$) on multiplie par son inverse $\frac{d}{c}$.

On a donc :

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \qquad \text{avec } b \neq 0,\ c \neq 0 \text{ et } d \neq 0.$$

<u>Exemples :</u>

- $\frac{-5}{7} : \frac{3}{4} = \frac{-5}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{-20}{21}$.
- $\frac{2}{5} \div \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{2}{5} \times \left(-\frac{3}{7}\right) = -\frac{6}{35}$

e) Méthode : Conduire un calcul

Exemple :Calculer B = $\frac{5}{4}-\left(\frac{1}{8}+\frac{3}{8}\times 2\right)\div\frac{1}{2}$

Recherche

Y a-t-il des parenthèses ?

→ OUI ←

J'effectue dans les parenthèses le calcul prioritaire puis j'enlève ces parenthèses.

Y a-t-il à nouveau des multiplications ou des divisions ?

→ OUI ←

J'effectue l'opération prioritaire et je termine les calculs en simplifiant, si possible, le résultat.

Calcul

$$B=\frac{5}{4}-\left(\frac{1}{8}+\frac{3}{8}\times 2\right)\div\frac{1}{2}$$

$$B=\frac{5}{4}-\left(\frac{1}{8}+\frac{6}{8}\right)\div\frac{1}{2}$$

$$B=\frac{5}{4}-\frac{7}{8}\div\frac{1}{2}$$

$$B=\frac{5}{4}-\frac{7}{4}$$

$B=-\frac{2}{4}$ soit $\mathbf{B=-\frac{1}{2}}$.

II Puissances d'un nombre relatif

a) Définition

Soit a un nombre non nul et n un entier positif :
on note " a exposant n" le nombre noté a^n égal à : $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots\ldots \times a}_{n \text{ fois}}$

n s'appelle l'**exposant**.

Exemples : $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$
$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$.

b) Puissance et calculatrice

Les puissances de nombres peuvent se calculer à la machine ; il suffit d'utiliser la touche

$\boxed{x^y}$ ou $\boxed{y^x}$ ou $\boxed{\uparrow}$ ou $\boxed{\wedge}$

c) Cas particuliers

On admet les propriétés suivantes :

$\left\{ a^0 = 1, \; a^1 = a, \; a^{-n} = \dfrac{1}{a^n} \right.$ exemples : $3^0 = 1$; $17^1 = 17$; $6^{-2} = \dfrac{1}{6^2}$ .....

d) Règles sur les puissances

Règle	Exemples
$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$3^3 \times 3^4 = 3^{3+4} = 3^7$ $2^2 \times 3^3$: la règle ne s'applique pas
$\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\dfrac{4^3}{4^5} = 4^{3-5} = 4^{-2}$ $\dfrac{6^2}{6^{-5}} = 6^{2-(-5)} = 6^7$
$(a^m)^n = a^{m \times n}$	$(2^3)^5 = 2^{3\times5} = 2^{15}$
$(a \times b)^n = a^n \times b^n$	$(5 \times 7)^4 = 5^4 \times 7^4$
$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$	$\left(\dfrac{2}{5}\right)^7 = \dfrac{2^7}{5^7}$

e) Ecriture scientifique

Définition

Mettre un nombre sous forme scientifique, c'est l'écrire sous la forme $a \times 10^n$ ou $-a \times 10^n$, avec

$1 \leq a < 10$ et n entier relatif.

Exemples :
$4503 = 4,503 \times 10^3$
$0,081 = 8,1 \times 10^{-2}$
$182 = 1,82 \times 10^2$
$-0,00023 = -2,3 \times 10^{-4}$

Application :
Mettre sous forme scientifique les nombres suivants :
$433219 = 4,33219 \times 10^5$;
$50000 = 5 \times 10^4$;
$0,06 \times 10^3 = 6 \times 10^1$;
$405 \times 10^{-10} = 4,05 \times 10^{-8}$

f) Ordre de grandeur

Exemple :

La France a environ 60 000 000 d'habitants ; 60 000 000 = 6×10^7
La population de la France se compte en dizaines de millions d'habitants ;
10^7 est **l'ordre de grandeur** de cette population.

g) Préfixes & puissances de 10

Puissance	préfixe	symbole	exemple
10^3	kilo-	**K**	kilogramme
10^6	méga-	**M**	mégatonne ; mégaoctet
10^9	giga-	**G**	gigawatt
10^{12}	téra-	**T**	térawatt (puissance centrale nucléaire)
10^{15}	péta-	**P**	
10^{18}	exa-	**E**	
10^{21}	zetta-		
10^{24}	yotta-		masse Neptune $\approx 10^{26}$ Kg
10^{-3}	milli-	**m**	millilitre
10^{-6}	micro-	**µ**	microgramme
10^{-9}	nano-	**n**	nanomètre (taille des virus)
10^{-12}	pico-	**p**	picomètre (atomes)
10^{-15}	femto-	**f**	femtomètre
10^{-18}	atto-	**a**	structure de la matière: ex :
10^{-21}	zepto-		masse électron : $9,1 \times 10^{-31}$ Kg
10^{-24}	yocto-		…………

cas particulier : l'angstrom : Ă (10^{-10} mètre)