NOM :	Prénom :

Note : $\frac{\quad}{20}$

Compétences évaluées	
Etudier les caractéristiques d'une série de données.	
Calculer dans des sections de solides.	
Calculer l'aire d'une sphère et le volume d'une boule.	
Se repérer sur un pavé droit.	
Justifier, argumenter.	

Exercice 1 : 8 points

Lors d'une enquête auprès de personnes inscrites à un réseau social sur Internet, on s'intéresse au nombre d'"amis" qu'elles ont sur ce réseau. Voici le relevé de cette enquête :

3	5	7	4	10	20	5	15	34	33	56	87
24	43	54	12	16	32	39	39	50	48	76	121

a) Donner l'effectif de cette série.

b) Parmi les personnes interrogées, calculer le nombre moyen d'amis.

c) Parmi les personnes interrogées, calculer le nombre médian d'amis.
Interpréter le résultat.

d) Calculer l'étendue de cette série.

e) Calculer le pourcentage de personnes interrogées ayant un nombre d'amis inférieur ou égal à 20.

<u>Exercice 2</u> : 4 points

Un aquarium a la forme d'un pavé droit de longueur 40 cm, de largeur 20 cm et de hauteur 30 cm.

a) Calculer le volume, en centimètres cubes, de ce pavé droit.

b) Combien de litres cet aquarium peut-il contenir ?

c) Parmi les formules suivantes, quelle est celle qui donne le volume, en centimètres cubes, d'une boule de diamètre 30 cm.

$\frac{4}{3}\times\pi\times30^3$ $\frac{4}{3}\times\pi\times15^2$ $4\times\pi\times15^2$ $\frac{4}{3}\times\pi\times15^3$

d) Un second aquarium contient un volume d'eau égal au trois quarts du volume d'une boule de diamètre 30 cm. On verse son contenu dans le premier aquarium.

A quelle hauteur l'eau monte-t-elle ? Donner la valeur arrondie au millimètre.

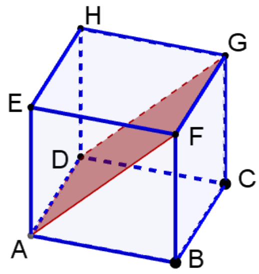
Exercice 3 : Sections 5 points

1) Donner la nature de la section d'un cylindre par un plan parallèle à son axe.

2) Dans le cube ABCDEFGH, le quadrilatère ADGF est :

a) un losange b) un carré

c) un rectangle

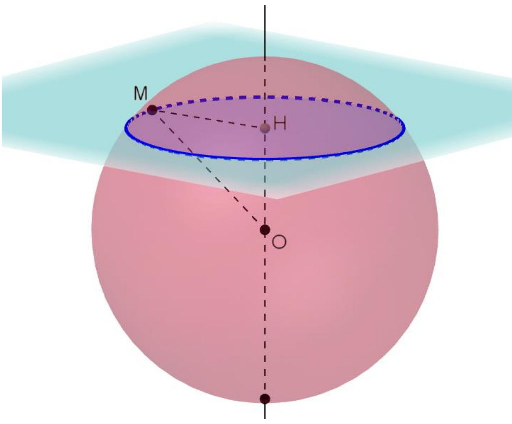


3) On considère une sphère $\mathscr{S}$ de centre O et de rayon 5 coupée par un plan $\mathscr{P}$.

a) Quelle est la nature de la section ?

b) Un point M appartient à la fois à la sphère $\mathscr{S}$ et au plan $\mathscr{P}$.

On donne OH = 3. Calculer HM.

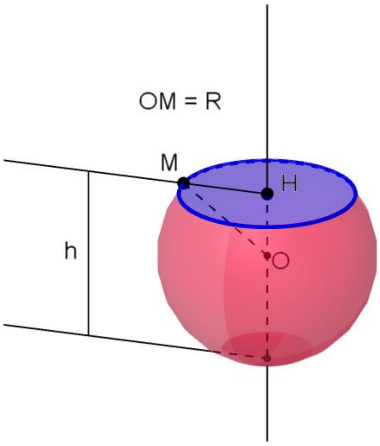


c) Le volume d'une calotte sphérique est donné par la formule :

$$V = \frac{\pi \times h^2 \times (3 \times R - h)}{3}$$

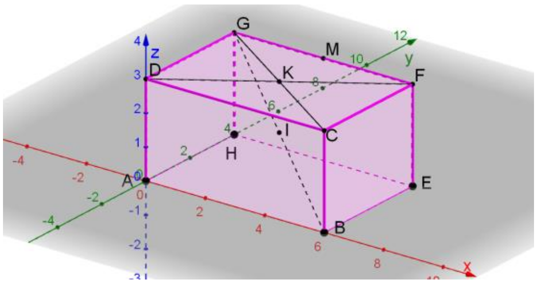
Calculer le volume de la calotte sphérique définie par les questions a) et b).

On donnera la valeur exacte.



Exercice 4 : 3 points

On considère le pavé droit ABCDEFGH de dimensions AB = 6, AH = 4 et AD = 3 et le repère d'origine A représenté par les axes (Ax), (Ay) et (Az).



De plus, M est le milieu de [FG], I le milieu de [BG] et K le centre de la face CFGD.

Donner les coordonnées des points suivants B, E; F; M, I et K.

NOM :	**Prénom :**

Note : $\frac{\quad}{20}$

Compétences évaluées	
Etudier les caractéristiques d'une série de données.	
Calculer dans des sections de solides.	
Calculer l'aire d'une sphère et le volume d'une boule.	
Se repérer sur un pavé droit.	
Justifier, argumenter.	

Exercice 1 : 8 points

Lors d'un contrôle dans une usine, on a pesé des boîtes de conserve à la sortie d'une chaîne de remplissage. On a obtenu les masses suivantes, en grammes :

101	95	97	101	99	103	93	97	106	100	97	104	95
105	103	97	100	106	94	99	101	92	104	102	103	

a) Donner l'effectif de cette série.

b) Calculer la masse moyenne d'une boîte de conserve.

c) Calculer la masse médiane d'une boîte de conserve.

Interpréter le résultat.

d) Calculer l'étendue de cette série.

e) Calculer le pourcentage de boîtes ayant une masse supérieure ou égale à 100.

Exercice 2 : 4 points

Un aquarium a la forme d'un pavé droit de longueur 50 cm, de largeur 40 cm et de hauteur 30 cm.

a) Calculer le volume, en centimètres cubes, de ce pavé droit.

b) Combien de litres cet aquarium peut-il contenir ?

c) Parmi les formules suivantes, quelle est celle qui donne le volume, en centimètres cubes, d'une boule de diamètre 36 cm.

$\frac{4}{3}\times\pi\times18^3$ $\qquad$ $\frac{4}{3}\times\pi\times36^2$ $\qquad$ $\frac{4}{3}\times\pi\times18^2$ $\qquad$ $4\times\pi\times18^2$

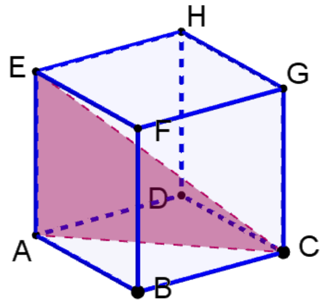
d) Un second aquarium contient un volume d'eau égal au trois quarts du volume d'une boule de diamètre 36 cm. On verse son contenu dans le premier aquarium.

A quelle hauteur l'eau monte-t-elle ? Donner la valeur arrondie au millimètre.

Exercice 3 : **sections** 5 points

1) Donner la nature de la section d'un cylindre par un plan parallèle à son axe.

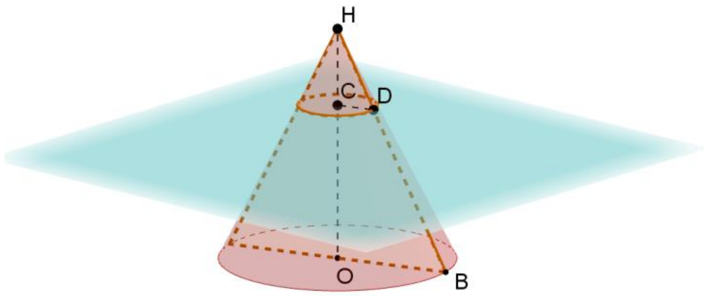
2) Dans le cube ABCDEFGH, le triangle AEC est :



a) quelconque b) rectangle

c) isocèle d) isocèle et rectangle

3) On considère un cône de centre O et de rayon OB = 3 et de hauteur OH = 6 coupé par un plan $\mathscr{P}$ perpendiculaire à l'axe du cône tel que HC = 2.



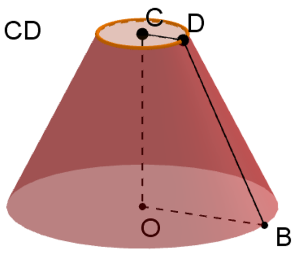
a) Quelle est la nature de la section ?

b) Montrer que CD = 1.

c) Le volume d'un tronc de cône est donné par la formule :

$$V = \frac{\pi \times h \times (R^2 + r^2 + Rr)}{3}$$

h = OC R = OB et r = CD



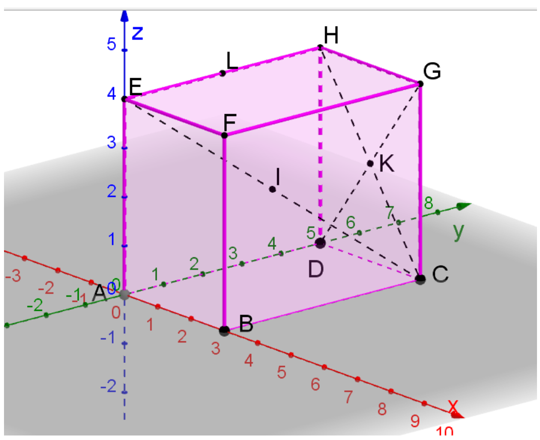
Calculer le volume du tronc de cône défini par les questions a) et b).

On donnera la valeur exacte.

Exercice 4 : 3 points

On considère le pavé droit ABCDEFGH de dimensions AB = 3, AD = 5 et AE = 4 et le repère d'origine A défini par les axes (Ax), (Ay) et (Az).

De plus, L est le milieu de [EH], I le milieu de [CE] et K le centre de la face CDHG.



Donner les coordonnées des points suivants B, C, G, L, I et K.

CORRECTION

Exercice 1 : 8 points

Lors d'une enquête auprès de personnes inscrites à un réseau social sur Internet, on s'intéresse au nombre d'"amis" qu'elles ont sur ce réseau. Voici le relevé de cette enquête :

3	5	7	4	10	20	5	15	34	33	56	87
24	43	54	12	16	32	39	39	50	48	76	121

a) Donner l'effectif de cette série.

b) Parmi les personnes interrogées, calculer le nombre moyen d'amis.

c) Parmi les personnes interrogées, calculer le nombre médian d'amis.
Interpréter le résultat.

d) Calculer l'étendue de cette série.

e) Calculer le pourcentage de personnes interrogées ayant un nombre d'amis inférieur ou égal à 20.

a) L'effectif de la série est de 24.

b) Le nombre moyen d'amis est : $\dfrac{3+5+\ldots+76+121}{24} = \dfrac{833}{24} \approx 34{,}71$.

c) Pour calculer la médiane, il faut trier la série par ordre croissant :

3	4	5	5	7	10	12	15	16	20	24	**32**
33	34	39	39	43	48	50	54	56	76	87	121

La médiane est située entre les positions $\dfrac{24}{2}$ et $\dfrac{24}{2}+1$.

Soit entre les positions 12 et 13.

On peut prendre la moyenne des 12ème et 13ème valeurs : $\dfrac{32+33}{2} = 32{,}5$

Le nombre médian d'amis est donc 32,5.

d) Etendue = Maximum – minimum = 121 – 3 = 118.

e) Nombre de personnes interrogées ayant un nombre d'amis inférieur ou égal à 20 : 10

Soit un pourcentage de $\dfrac{10}{24} \approx 0{,}4167$ soit environ 41,67 %.

CORRECTION

Exercice 2 : 4 points

Un aquarium a la forme d'un pavé droit de longueur 40 cm, de largeur 20 cm et de hauteur 30 cm.

a) Calculer le volume, en centimètres cubes, de ce pavé droit.

b) Combien de litres cet aquarium peut-il contenir ?

c) Parmi les formules suivantes, quelle est celle qui donne le volume, en centimètres cubes, d'une boule de diamètre 30 cm.

$\frac{4}{3}\times\pi\times30^3$ $\frac{4}{3}\times\pi\times15^2$ $4\times\pi\times15^2$ $\frac{4}{3}\times\pi\times15^3$

d) Un second aquarium contient un volume d'eau égal au trois quarts du volume d'une boule de diamètre 30 cm. On verse son contenu dans le premier aquarium.

A quelle hauteur l'eau monte-t-elle ? Donner la valeur arrondie au millimètre.

a) $V_{\text{pavé droit}} = L\times l\times h = 40\times20\times30 = 24\,000 \text{ cm}^3$

b) $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$ $1 \text{ cm} = 0{,}1 \text{ dm} = 10^{-1} \text{ dm}$ donc $1 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ dm}^3$

$24\,000 \text{ cm}^3 = 24\times10^3\times10^{-3} \text{ dm}^3 = 24$ litres.

L'aquarium a une contenance de 24 litres.

c) Diamètre = 30 cm => rayon = $\frac{30}{2} = 15$ cm

Le volume d'une boule de rayon 15 est : $V_{\text{boule}} = \frac{4}{3}\times\pi\times15^3$.

d) $V_{\text{aquarium}} = \frac{3}{4}\times V_{\text{boule}} = \frac{3}{4}\times\frac{4}{3}\times\pi\times15^3 = 3\,375\times\pi \text{ cm}^3$

Soit h la hauteur cherchée.

h est solution de l'équation $40\times20\times h = 3\,375\pi$

D'où : $h = \frac{3\,375\pi}{800} = \frac{135}{32}\pi \approx 13{,}3$ cm.

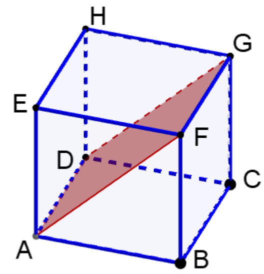
Une fois l'eau de l'aquarium de forme sphérique versée dans l'aquarium en forme de pavé droit, la hauteur de l'eau sera d'environ 13,3 cm.

CORRECTION

Exercice 3 : Sections 5 points

1) Donner la nature de la section d'un cylindre par un plan parallèle à son axe.

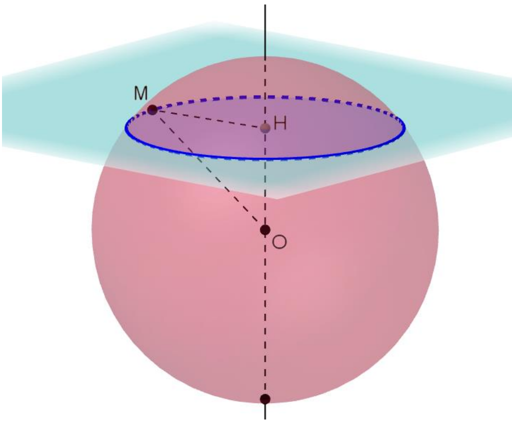
2) Dans le cube ABCDEFGH, le quadrilatère ADGF est :



a) un losange b) un carré

c) un rectangle

3) On considère une sphère $\mathscr{S}$ de centre O et de rayon 5 coupée par un plan $\mathscr{P}$.

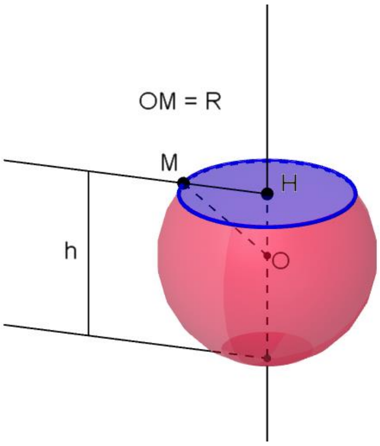


a) Quelle est la nature de la section ?

b) Un point M appartient à la fois à la sphère $\mathscr{S}$ et au plan $\mathscr{P}$.

On donne OH = 3. Calculer HM.

c) Le volume d'une calotte sphérique est donné par la formule :

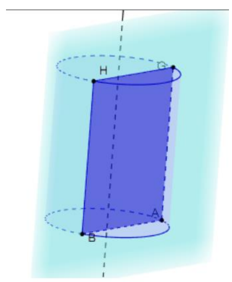


$$V = \frac{\pi \times h^2 \times (3 \times R - h)}{3}$$

Calculer le volume de la calotte sphérique définie par les questions a) et b).

On donnera la valeur exacte.

1) La section d'un cylindre par un plan parallèle à son axe est un rectangle.



2) Le quadrilatère ADGF est un rectangle.

3) a) La section d'une sphère par un plan est un cercle.

Le cercle a pour centre H et rayon HM.

b) On applique le théorème de Pythagore dans le triangle OHM rectangle en H :
$OM^2 = HM^2 + OH^2$

Comme M appartient à la sphère $\mathscr{S}$ alors OM = 5.

CORRECTION

$5^2 = HM^2 + 4^2$

$HM^2 = 25 - 16 = 9 = 3^2$

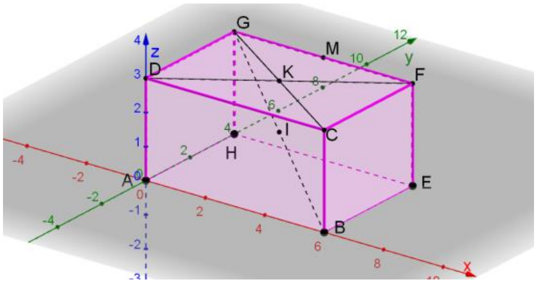
Donc HM = 3 cm.

d) $V = \dfrac{\pi \times h^2 \times (3 \times R - h)}{3}$ avec R = 5 et h = OH + R = 3 + 5 = 8

$V = \pi \times 8^2 \times \dfrac{3 \times 5 - 8}{3} = 64 \times \dfrac{15 - 8}{3} \times \pi = \dfrac{448}{3} \times \pi$

<u>Exercice 4</u> : 3 points

On considère le pavé droit ABCDEFGH de dimensions AB = 6, AH = 4 et AD = 3 et le repère d'origine A représenté par les axes (Ax), (Ay) et (Az).



De plus, M est le milieu de [FG], I le milieu de [BG] et K le centre de la face CFGD.

Donner les coordonnées des points suivants B, E; F; M, I et K.

B(6; 0; 0) E(6; 4; 0) F(6; 4; 3) M(3; 4; 3) I(3; 2; 1,5) K(3; 2; 3)

CORRECTION

Exercice 1 : 8 points

Lors d'un contrôle dans une usine, on a pesé des boîtes de conserve à la sortie d'une chaîne de remplissage. On a obtenu les masses suivantes, en grammes :

101	95	97	101	99	103	93	97	106	100	97	104	95
105	103	97	100	106	94	99	101	92	104	102	103	

a) Donner l'effectif de cette série.

b) Calculer la masse moyenne d'une boîte de conserve.

c) Calculer la masse médiane d'une boîte de conserve.

Interpréter le résultat.

d) Calculer l'étendue de cette série.

e) Calculer le pourcentage de boîtes ayant une masse supérieure ou égale à 100.

a) L'effectif de la série est de 25.

b) La masse moyenne est : $\frac{101 + 95 + ... + 102 + 103}{25} = \frac{2\ 494}{25} = 99{,}76$ g.

c) Pour calculer la médiane, il faut trier la série par ordre croissant :

92	93	94	95	95	97	97	97	97	99	99	100	**100**
	101	101	101	102	103	103	103	104	104	105	106	

La médiane est en $\frac{25+1}{2} = 13^{\text{ème}}$ position.

La masse médiane est de 100 g.

d) Etendue = Maximum – minimum = 106 – 92 = 14.

e) Nombre de boites ayant une masse supérieure ou égale à 100 : 14.

Soit un pourcentage de $\frac{14}{25} = 0{,}56$ soit 56%.

CORRECTION

Exercice 2 : 4 points

Un aquarium a la forme d'un pavé droit de longueur 50 cm, de largeur 40 cm et de hauteur 30 cm.

a) Calculer le volume, en centimètres cubes, de ce pavé droit.

b) Combien de litres cet aquarium peut-il contenir ?

c) Parmi les formules suivantes, quelle est celle qui donne le volume, en centimètres cubes, d'une boule de diamètre 36 cm.

$\frac{4}{3}\times\pi\times18^3$ $\frac{4}{3}\times\pi\times36^2$ $\frac{4}{3}\times\pi\times18^2$ $4\times\pi\times18^2$

d) Un second aquarium contient un volume d'eau égal au trois quarts du volume d'une boule de diamètre 36 cm. On verse son contenu dans le premier aquarium.

A quelle hauteur l'eau monte-t-elle ? Donner la valeur arrondie au millimètre.

e) $V_{\text{pavé droit}} = L\times l\times h = 50\times40\times30 = 60\ 000\ \text{cm}^3$

f) $1\ \text{dm}^3 = 1\ \text{L}$ $1\ \text{cm} = 0,1\ \text{dm} = 10^{-1}\ \text{dm}$ donc $1\ \text{cm}^3 = 10^{-3}\ \text{dm}^3$

$60\ 000\ \text{cm}^3 = 6\times10^4\times10^{-3}\ \text{dm}^3 = 60$ litres.

L'aquarium a une contenance de 60 litres.

g) Diamètre = 36 cm => rayon = $\frac{36}{2} = 18$ cm

Le volume d'une boule de rayon 18 est : $V_{boule} = \frac{4}{3}\times\pi\times18^3$.

h) $V_{aquarium} = \frac{3}{4}\times V_{boule} = \frac{3}{4}\times\frac{4}{3}\times\pi\times18^3 = 5\ 832\times\pi\ \text{cm}^3$

Soit h la hauteur cherchée.

h est solution de l'équation $50\times40\times h = 5\ 832\pi$

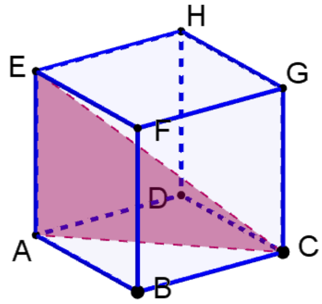
D'où : $h = \frac{5\ 832\pi}{2\ 000} = \frac{729}{250}\pi \approx 9,2$ cm.

Une fois l'eau de l'aquarium de forme sphérique versée dans l'aquarium en forme de pavé droit, la hauteur de l'eau sera d'environ 9,2 cm.

CORRECTION

Exercice 3 : sections 5 points

1) Donner la nature de la section d'un cylindre par un plan parallèle à son axe.

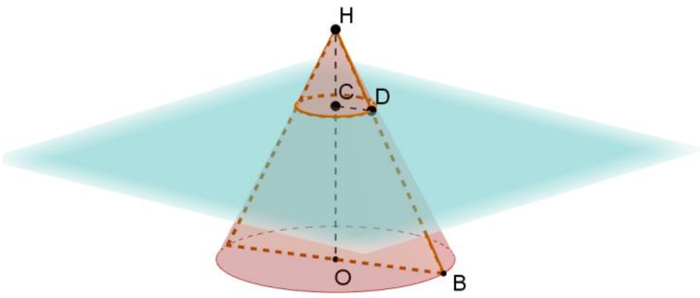


2) Dans le cube ABCDEFGH, le triangle AEC est :

   b) quelconque   b) rectangle

   c) isocèle   d) isocèle et rectangle

3) On considère un cône de centre O et de rayon OB = 3 et de hauteur OH = 6 coupé par un plan $\mathscr{P}$ perpendiculaire à l'axe du cône tel que HC = 2.



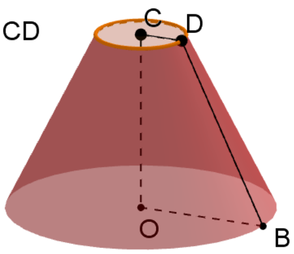
   a) Quelle est la nature de la section ?

   b) Montrer que CD = 1.

   c) Le volume d'un tronc de cône est donné par la formule :

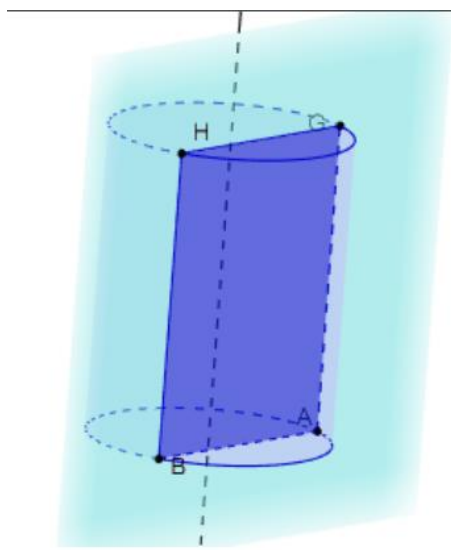
$$V = \frac{\pi \times h \times (R^2 + r^2 + Rr)}{3}$$

h = OC R = OB et r = CD



   Calculer le volume du tronc de cône défini par les questions a) et b).

   On donnera la valeur exacte.



4) La section d'un cylindre par un plan parallèle à son axe est un rectangle.

5) Le triangle AEC est rectangle en A.
   Il n'est pas isocèle car AC > AE.

6) a) La section d'un cône par un plan perpendiculaire à son axe du cône est une réduction du disque de base du cône.

   b) Le rapport de réduction entre le petit et le grand cône est : $\frac{HC}{HO} = \frac{CD}{OB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

   Comme OB = 3 cm alors CD = $\frac{3}{3}$ = 1

CORRECTION

c) $V = \dfrac{\pi \times h \times (R^2 + r^2 + Rr)}{3} = \dfrac{\pi \times CO \times (OB^2 + CD^2 + OB \times CD)}{3}$

$CO = HO - HC = 6 - 2 = 4$

$V = \pi \times \dfrac{4 \times (3^2 + 1^2 + 3 \times 1)}{3} = \pi \times \dfrac{4}{3} \times (9 + 1 + 3) = \dfrac{4 \times 13}{3} \times \pi = \dfrac{52}{3} \times \pi$

<u>Vérification par une autre méthode</u> :

$V_{tronc\_cône} = V_{grand\_cône} - V_{petit\_cône}$

$V_{petit\_cône} = k^3 \times V_{grand\_cône}$ avec $k = \dfrac{1}{3}$

Donc $V_{tronc\_cône} = V_{grand\_cône} - k^3 \times V_{grand\_cône} = (1 - k^3) \times V_{grand\_cône}$

$V_{tronc\_cône} = \left[1 - \left(\dfrac{1}{3}\right)^3\right] \times V_{grand\_cône} = \left(1 - \dfrac{1}{27}\right) \times V_{grand\_cône} = \dfrac{26}{27} \times V_{grand\_cône}$

$V_{grand\_cône} = \dfrac{1}{3} \times \pi \times OB^2 \times OH = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6 = 18\pi$

Donc $V_{tronc\_cône} = \dfrac{26}{27} \times 18\pi$

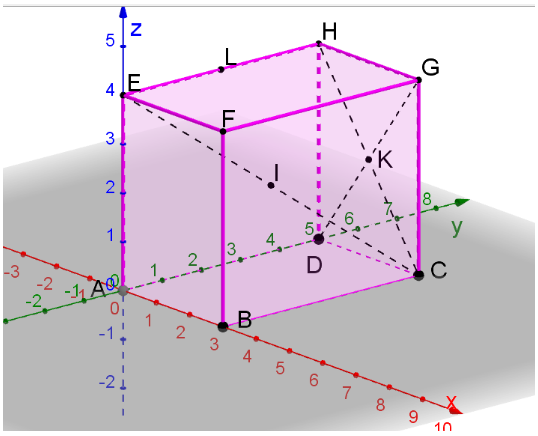
$V_{tronc\_cône} = \dfrac{26 \times 2 \times 9}{3 \times 9} \times \pi = \dfrac{52}{3}\pi$

<u>Exercice 4</u> : 3 points

On considère le pavé droit ABCDEFGH de dimensions AB = 3, AD = 5 et AE = 4 et le repère d'origine A défini par les axes (Ax), (Ay) et (Az).

De plus, L est le milieu de [EH], I le milieu de [CE] et K le centre de la face CDHG.

Donner les coordonnées des points suivants B, C, G, L, I et K.



B(3; 0; 0) C(3; 5; 0) G(3; 5; 4) L(0; 2,5; 4) I(1,5; 2,5; 2) K(1,5; 5; 2)