Seconde **Cours ensembles et intervalles**

I. Ensembles de nombres et intervalles

a) Ensembles de nombres

L'ensemble des abscisses des points d'une droite graduée est appelé l'ensemble des **nombres réels**. On note IR l'ensemble de tous ces nombres.

Remarques :

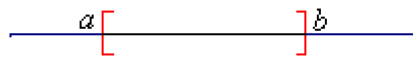
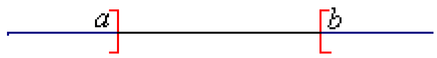
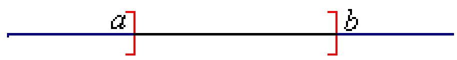
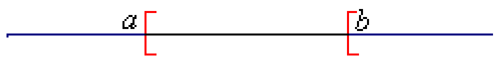
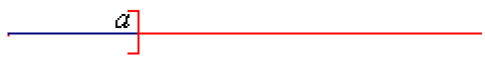
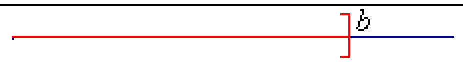
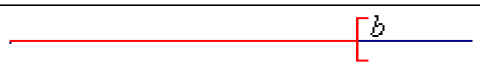
- On note IN l'ensemble des nombres **entiers naturels** (positifs).
- On note $\mathbb{Z}$ l'ensemble des nombres **entiers relatifs** (positifs ou négatifs).
- On note $\mathbb{D}$ l'ensemble des **nombres décimaux**.
  Un nombre décimal peut s'écrire comme un quotient de deux entiers dont la division se termine.
  Exemples : $2{,}1 \in \mathbb{D}$ $\quad \frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$
- On note $\mathbb{Q}$ l'ensemble des **nombres rationnels**.
  Un nombre rationnel peut s'écrire comme un quotient de deux entiers.
  Exemple : $-\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$.
- Certains nombres comme $\sqrt{2}$ ou π ne sont pas rationnels.
  On les nomme des **nombres irrationnels**.

b) Intervalles

Certaines parties de IR sont appelées des **intervalles**; on les note en utilisant des crochets.

a et b sont deux réels tels que $a < b$.

Le tableau ci-dessous résume les différents types d'intervalles.

L'intervalle noté …	est l'ensemble des réels x tels que …	Représentation de cet intervalle sur une droite graduée
$[a\,;\,b]$	$a \leq x \leq b$	
$]a\,;\,b[$	$a < x < b$	
$]a\,;\,b]$	$a < x \leq b$	
$[a\,;\,b[$	$a \leq x < b$	
$[a\,;\,+\infty[$	$a \leq x$	
$]a\,;\,+\infty[$	$a < x$	
$]-\infty\,;\,b]$	$x \leq b$	
$]-\infty\,;\,b[$	$x < b$	

Vocabulaire: $[a\,;\,b]$, $]a\,;\,b[$, $]a\,;\,b]$ et $[a\,;\,b[$ sont des intervalles d'**extrémités** a et b ($a < b$). Le **centre** de l'intervalle est le nombre $\frac{a+b}{2}$, et sa **longueur** est $b - a$.

Remarques : $-\infty$ (moins l'infini) et $+\infty$ (plus l'infini) ne sont pas des nombres, ce sont des symboles. Du côté de $-\infty$ et de $+\infty$, le crochet est toujours ouvert, par convention.

L'ensemble des réels $\mathbb{R}$ se note aussi $]-\infty\,;\,+\infty[$.

$[a\,;a] = \{a\}$ $]a\,;a[= \varnothing$ (ensemble vide)

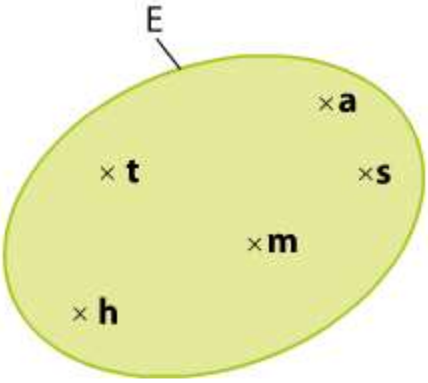
II. Vocabulaire des ensembles

a) Ensemble, élément et appartenance

On obtient un **ensemble** en regroupant des objets distincts ; ces objets sont les **éléments** de l'ensemble.

On peut donner un nom à un ensemble et on peut parfois écrire tous ses éléments entre accolades.

Exemples :



1. Si E est l'ensemble des lettres du mot maths.

E = {m ;a ;t ;h ;s} ou E = {a ;h ;m ;s ;t} (l'ordre ne compte pas)

La lettre m est un élément de E : on dit que m **appartient** à E et on écrit $m \in E$.
En revanche c n'appartient pas à E ; on note : $c \notin E$.

On peut aussi représenter cet ensemble comme ci-contre.

2. La classe de Seconde de Théo est un ensemble d'élèves nommé «Seconde 3 ». Les éléments de cet ensemble sont les élèves de cette classe.

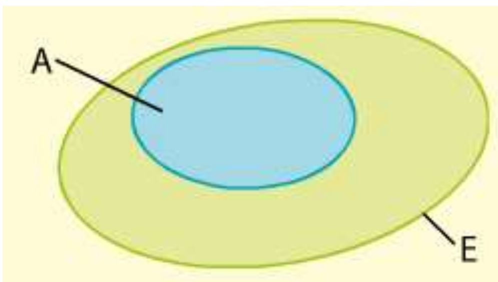
3. $\mathbb{N}$ ensemble des entiers naturels peut s'écrire : $\mathbb{N} = \{0\,;\,1\,;\,2\,;\,3\,;\,\ldots\}$.

On a $2014 \in \mathbb{N}$ et $-5 \notin \mathbb{N}$.

4. La droite (AB) est un ensemble de points : $M \in (AB)$ signifie que le point M appartient à la droite (AB)

b) Sous-ensemble (ou partie), inclusion :

Définition : Un ensemble A est **inclus dans** un ensemble E si tous les éléments de A sont aussi des éléments de E.
On dit que A est un **sous-ensemble** (ou une **partie**) de E.
On note $A \subset E$.



Exemples :

1. $A = \{m\,;t\,;h\}$ est un sous-ensemble de $E = \{m\,;a\,;t\,;h\,;s\}$: on note $A \subset E$.

$B = \{a\,;t\,;y\}$ n'est pas un sous-ensemble de E car $y \in B$ et $y \notin E$.

2. Karim, Clara et Manon sont dans la classe de Théo. L'ensemble {Karim ;Clara ;Manon} est un sous-ensemble de la classe de Théo.
3. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

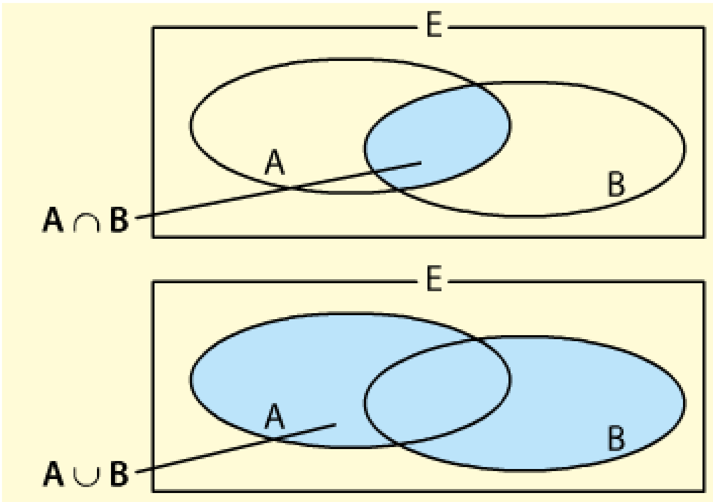
   Mais $\mathbb{Q}$ n'est pas inclus dans $\mathbb{N}$ car par exemple, $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$ mais $\frac{1}{3} \notin \mathbb{N}$.

c) *Intersection et réunion*

Définition : A et B étant deux parties d'un ensemble E :

- L'ensemble des éléments appartenant **à l'une ET à l' autre** des parties A et B est l' **intersection** de A et B, notée $A \cap B$.
  On lit « A inter B ».

- L'ensemble des éléments appartenant **à l' une OU à l' autre** des parties A et B (peut-être aux deux) est la **réunion** de A et B, notée $A \cup B$.
  On lit « A union B ».



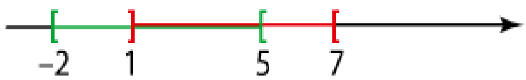
Exemple :

1. Soit $A = \{t\,;a\,;b\,;l\,;e\}$ et $B = \{a\,;e\,;i\,;y\}$ des parties de $E = \{l\,;a\,;b\,;y\,;r\,;i\,;n\,;t\,;h\,;e\}$.

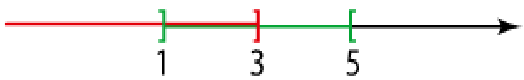
$A \cap B = \{a\,;e\}$ et $A \cup B = \{t\,;a\,;b\,;l\,;e\,;i\,;y\}$.

2. Intersection et réunion d'intervalles :

a) $I = [-2\,;\,5[$ et $J =]1\,;\,7[$ alors $I \cap J =]1\,;\,5[$ et $I \cup J = [-2\,;\,7[$

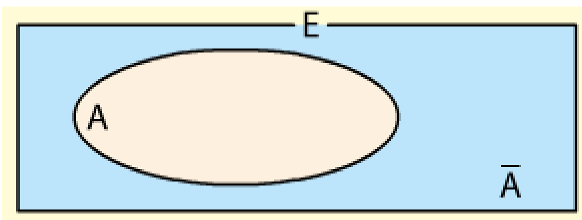


b) $K =]1\,;\,5[$ et $L =]-\infty\,;\,3]$ alors $K \cap L =]1\,;\,3]$ et $K \cup L =]-\infty\,;\,5[$



d) *Complémentaire*

Définition Soit A un sous-ensemble de E.
L'ensemble des éléments de E qui **n'appartient pas** à A est la partie complémentaire de A dans E, notée $\overline{A}$.



Exemple :

Si $A = \{m\,;a\,;h\}$ et $E = \{m\,;a\,;t\,;h\,;s\}$ alors $\overline{A} = \{t\,;s\}$.