

(O, I, J) est un repère orthonormé du plan.

On considère les points $R(-9 ; -1)$, $E(-6 ; -6)$, $C(9 ; 3)$ et $T(6 ; 8)$.

- 1) Placer ces points dans le repère (O, I, J) et conjecturer la nature du quadrilatère $RECT$.
- 2) Calculer les distances RE , EC , CT et RT .
- 3) Ces distances permettent-elles de conclure sur la nature du quadrilatère $RECT$?
- 4) Quel autre calcul de distance doit-on faire pour conclure ?
Faire ce calcul et conclure.
- 5) Calculer les coordonnées du point I milieu de $[RC]$ et du point J milieu de $[ET]$.
Quelle propriété géométrique retrouve-t-on ?

(O, I, J) est un repère orthonormé du plan.

On considère les points $C(-2 ; -2)$, $A(-4 ; 2)$, $R(0 ; 4)$ et $E(2 ; 0)$.

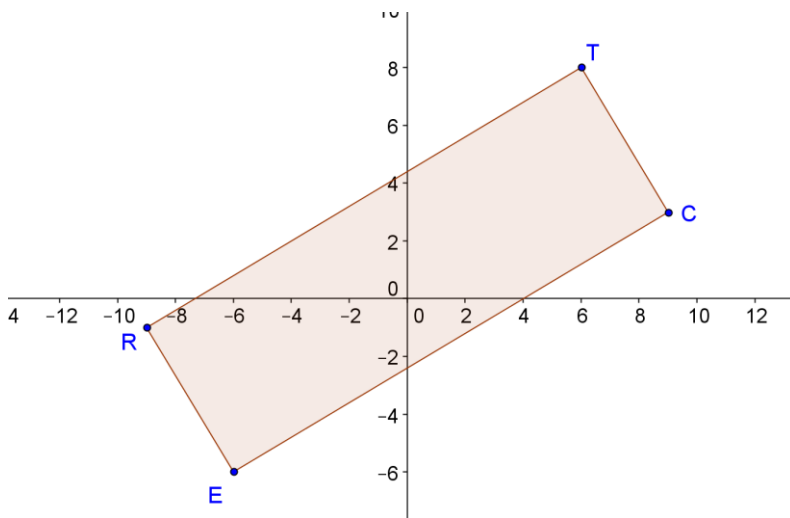
- 1) Placer ces points dans le repère (O, I, J) et conjecturer la nature du quadrilatère $CARE$.
- 2) Calculer les distances CA , AR , RE et EC .
- 3) Ces distances permettent-elles de conclure sur la nature du quadrilatère $CARE$?
- 4) Deux autres calculs de distance permettent de conclure.
Lesquels ? Réaliser ces calculs et conclure.
- 5) Calculer les coordonnées du point I milieu de $[AE]$ et du point J milieu de $[CR]$.
Quelle propriété géométrique retrouve-t-on ?

(O, I, J) est un repère orthonormé du plan.

On considère les points R(-9 ; -1), E(-6 ; -6), C(9 ; 3) et T(6 ; 8).

- 1) Placer ces points dans le repère (O, I, J) et conjecturer la nature du quadrilatère RECT.
- 2) Calculer les distances RE, EC, CT et RT.
- 3) Ces distances permettent-elles de conclure sur la nature du quadrilatère RECT ?
- 4) Quel autre calcul de distance doit-on faire pour conclure ?
Faire ce calcul et conclure.
- 5) Calculer les coordonnées du point I milieu de [RC] et du point J milieu de [ET].
Quelle propriété géométrique retrouve-t-on ?

1)



Il semble que le quadrilatère RECT soit un rectangle.

$$2) RE^2 = (x_E - x_R)^2 + (y_E - y_R)^2 = (-6 + 9)^2 + (-6 + 1)^2 = 3^2 + (-5)^2 = 9 + 25 = 34$$

$$\text{Donc } RE = \sqrt{34}$$

$$EC^2 = (x_C - x_E)^2 + (y_C - y_E)^2 = (9 + 6)^2 + (3 + 6)^2 = 15^2 + 9^2 = 225 + 81 = 306$$

$$\text{Donc } EC = \sqrt{306} = 3\sqrt{34}$$

$$CT^2 = (x_T - x_C)^2 + (y_T - y_C)^2 = (6 - 9)^2 + (8 - 3)^2 = (-3)^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$$

$$\text{Donc } CT = \sqrt{34}$$

$$RT^2 = (x_T - x_R)^2 + (y_T - y_R)^2 = (6 + 9)^2 + (8 + 1)^2 = 15^2 + 9^2 = 225 + 81 = 306$$

$$\text{Donc } RT = \sqrt{306} = 3\sqrt{34}$$

- 3) $RE = CT$ et $EC = RT$: le quadrilatère RECT ayant ses côtés opposés de même longueur est donc un parallélogramme.

On ne peut pas conclure sur le fait que RECT est rectangle.

- 4) On calcule la distance TE :

$$TE^2 = (x_E - x_T)^2 + (y_E - y_T)^2 = (-6 - 6)^2 + (-6 - 8)^2 = 12^2 + 14^2 = 144 + 196 = 340$$

$$RT^2 + RE^2 = 306 + 34 = 340$$

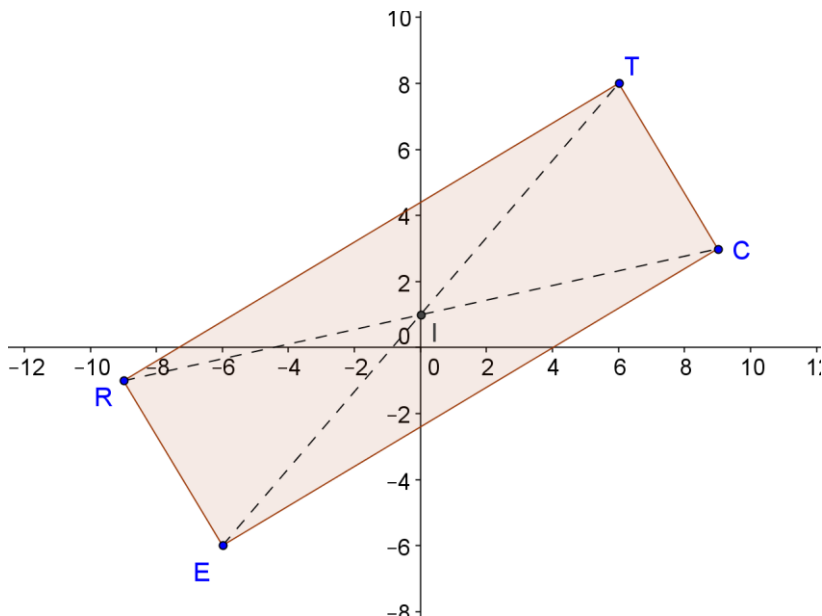
CORRECTION

L'égalité de Pythagore $TE^2 = RT^2 + RE^2$ étant vérifiée alors le triangle RTE est rectangle en R.

L'angle \widehat{ERT} est donc droit.

Le parallélogramme RECT ayant un angle droit est donc un rectangle.

5)



Les coordonnées de I milieu de [RC] sont $I \left(\frac{x_R + x_C}{2} ; \frac{y_R + y_C}{2} \right)$

Soit $I \left(\frac{-9 + 9}{2} ; \frac{-1 + 3}{2} \right)$ $I(0 ; 1)$

Les coordonnées de J milieu de [ET] sont $J \left(\frac{x_E + x_T}{2} ; \frac{y_E + y_T}{2} \right)$

Soit $J \left(\frac{-6 + 6}{2} ; \frac{-6 + 8}{2} \right)$ $J(0 ; 1)$

Les points I et J sont confondus.

On retrouve la propriété de géométrie suivante :

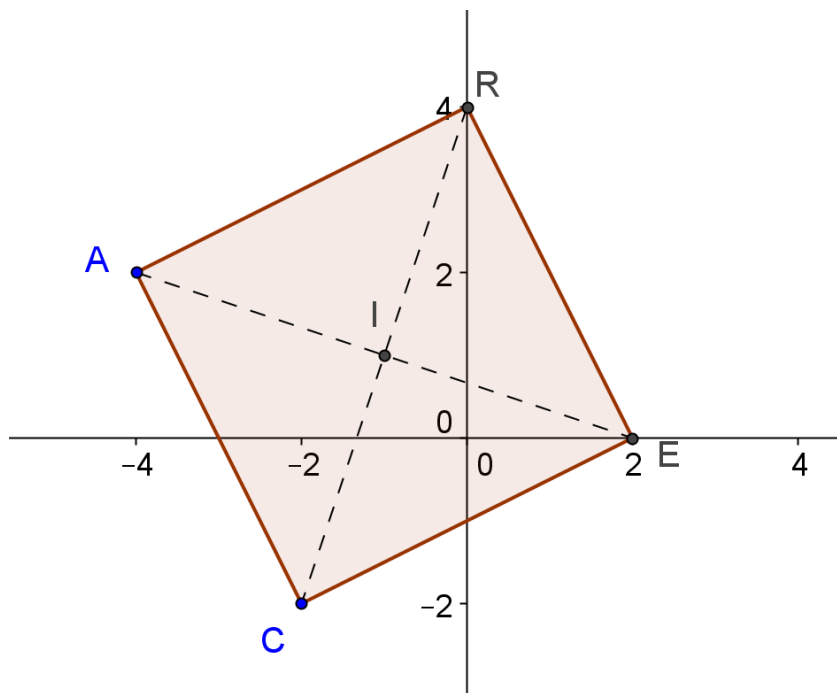
Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

(O, I, J) est un repère orthonormé du plan.

On considère les points $C(-2 ; -2)$, $A(-4 ; 2)$, $R(0 ; 4)$ et $E(2 ; 0)$.

- 1) Placer ces points dans le repère (O, I, J) et conjecturer la nature du quadrilatère $CARE$.
- 2) Calculer les distances CA , AR , RE et EC .
- 3) Ces distances permettent-elles de conclure sur la nature du quadrilatère $CARE$?
- 4) Deux autres calculs de distance permettent de conclure.
Lesquels ? Réaliser ces calculs et conclure.
- 5) Calculer les coordonnées du point I milieu de $[AE]$ et du point J milieu de $[CR]$.
Quelle propriété géométrique retrouve-t-on ?

1)



Il semble que le quadrilatère $CARE$ soit un carré.

$$2) CA^2 = (x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 = (-4 + 2)^2 + (2 + 2)^2 = (-2)^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$$

$$\text{Donc } CA = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$AR^2 = (x_R - x_A)^2 + (y_R - y_A)^2 = (0 + 4)^2 + (4 - 2)^2 = (-2)^2 + 0^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

$$\text{Donc } AR = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$RE^2 = (x_E - x_R)^2 + (y_E - y_R)^2 = (2 - 0)^2 + (0 - 4)^2 = 2^2 + (-4)^2 = 4 + 16 = 20$$

$$\text{Donc } RE = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$EC^2 = (x_C - x_E)^2 + (y_C - y_E)^2 = (-2 - 2)^2 + (-2 - 0)^2 = (-4)^2 + (-2)^2 = 16 + 4 = 20$$

$$\text{Donc } EC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

- 3) Le quadrilatère $CARE$ ayant ses 4 côtés de même longueur est donc un losange.
Mais on ne peut pas savoir si de plus $CARE$ est un carré.

- 4) Il faut de plus montrer que les diagonales de $CARE$ sont de même longueur.
On doit donc calculer les longueurs AE et CR .

$$AE^2 = (x_E - x_A)^2 + (y_E - y_A)^2 = (2 + 4)^2 + (0 - 2)^2 = 6^2 + (-2)^2 = 36 + 4 = 40$$

$$AE = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$CR^2 = (x_R - x_C)^2 + (y_R - y_C)^2 = (0 + 2)^2 + (4 + 2)^2 = 2^2 + 6^2 = 4 + 36 = 40$$

$$\text{Donc } CR = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$AE = CR$, donc le losange CARE ayant ses diagonales de même longueur est un carré.

5) Les coordonnées de I milieu de [AE] sont $I \left(\frac{x_A + x_E}{2} ; \frac{y_A + y_E}{2} \right)$

$$\text{Soit } I \left(\frac{-4 + 2}{2} ; \frac{2 + 0}{2} \right) \quad I(-1 ; 1)$$

Les coordonnées de J milieu de [CR] sont $J \left(\frac{x_C + x_R}{2} ; \frac{y_C + y_R}{2} \right)$

$$\text{Soit } J \left(\frac{-2 + 0}{2} ; \frac{-2 + 4}{2} \right) \quad J(-1 ; 1)$$

Les points I et J sont confondus.

On retrouve la propriété de géométrie suivante :

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.