<u>Exercice 1</u> : bases de numération (4 points)

1) Ecrire en décimal les nombres binaires 101011, 110001.
2) Ecrire en binaire les nombres suivants : 2017, 7102.

<u>Exercice 2</u> : La représentation des entiers relatifs (4 points)

On considère dans cet exercice la notation en complément à 2 sur deux octets.

1) Dans cette notation, trouver la représentation en binaire des nombres suivants : 2107 et -1964.
2) Effectuer en binaire, en posant l'opération en ligne l'opération 2107 + (-1964).
   Et montrer que le résultat en binaire correspond bien au résultat attendu en décimal.

<u>Exercice 3</u> : la représentation des nombres à virgule (2 points)

Expliquer comment sont représenté les nombres à virgule.

Donner un exemple.

<u>Exercices 4, 5 et 6</u> : Programmes sur repl.it (10 points)

Lien pour y accéder : https://repl.it/classroom/invite/IJyUHoX

ISN Evaluation n°1 2017-2018 S2

<u>Exercice 1</u> : bases de numération (4 points)

1) Ecrire en décimal les nombres binaires 111011, 1000101.
2) Ecrire en binaire les nombres suivants : 1964, 4169.

<u>Exercice 2</u> : La représentation des entiers relatifs (4 points)

On considère dans cet exercice la notation en complément à 2 sur deux octets.

1) Dans cette notation, trouver la représentation en binaire des nombres suivants : 6194 et - 2017.
2) Effectuer en binaire, en posant l'opération en ligne l'opération 6194 + (-2017).
   Et montrer que le résultat en binaire correspond bien au résultat attendu en décimal.

<u>Exercice 3</u> : la représentation des nombres à virgule (2 points)

<u>Exercices 4, 5 et 6</u> : Programmes sur repl.it (10 points)

Lien pour y accéder : https://repl.it/classroom/invite/IJyUHoX

CORRECTION

Exercice 1 : bases de numération (4 points)

1) Ecrire en décimal les nombres binaires 101011, 110001.
2) Ecrire en binaire les nombres suivants : 2017, 7102.

1) 101011 en base 2 = $1\times2^0 + 1\times2^1 + 0\times2^2 + 1\times2^3 + 0\times2^4 + 1\times2^5 = 1 + 2 + 8 + 0 + 32 = 43$ en base 10.
   110001 en base 2 = $1\times2^0 + 0\times2^1 + 0\times2^2 + 0\times2^3 + 1\times2^4 + 1\times2^5 = 1 + 0 + 0 + 0 + 16 + 32 = 49$ en base 10
2) $2017 = 2\times1008 + 1$
   $1008 = 2\times504 + 0$
   $504 = 2\times252 + 0$
   $252 = 2\times126 + 0$
   $126 = 2\times63 + 0$
   $63 = 2\times31 + 1$
   $31 = 2\times15 + 1$
   $15 = 2\times7 + 1$
   $7 = 2\times3 + 1$
   $3 = 2\times1 + 1$
   $1 = 2\times0 + 1$
   Donc 2017 est égal à 111 1110 0001 en base 2.

   $7102 = 2\times3551 + 0$
   $3551 = 2\times1775 + 1$
   $1775 = 2\times887 + 1$
   $887 = 2\times443 + 1$
   $443 = 2\times221 + 1$
   $221 = 2\times110 + 1$
   $110 = 2\times55 + 0$
   $55 = 2\times27 + 1$
   $27 = 2\times13 + 1$
   $13 = 2\times6 + 1$
   $6 = 2\times3 + 0$
   $3 = 2\times1 + 1$
   $1 = 2\times0 + 1$
   Donc 7102 est égal à 1 1011 1011 1110

Exercice 2 : La représentation des entiers relatifs (4 points)

On considère dans cet exercice la notation en complément à 2 sur deux octets.

1) Dans cette notation, trouver la représentation en binaire des nombres suivants : 2107 et -1964.
2) Effectuer en binaire, en posant l'opération en ligne l'opération 2107 + (-1964). Et montrer que le résultat en binaire correspond bien au résultat attendu en décimal.

CORRECTION

1) $2107 = 2\times1053 + 1$
$1053 = 2\times526 + 1$
$526 = 2\times263 + 0$
$263 = 2\times131 + 1$
$131 = 2\times65 + 1$
$65 = 2\times32 + 1$
$32 = 2\times16 + 0$
$16 = 2\times8 + 0$
$8 = 2\times4 + 0$
$4 = 2\times2 + 0$
$2 = 1\times2 + 0$
$1 = 0\times1 + 1$
Donc 2 107 est représenté sur 16 bits par : 0000 1000 0011 1011

-1964 est représenté par $-1964 + 2^{16} = 65\,536 - 1964 = 63\,572$
$63\,572 = 2\times31\,786 + 0$
$31\,786 = 2\times15\,893 + 0$
$15\,893 = 2\times7\,946 + 1$
$7\,946 = 2\times3\,973 + 0$
$3\,973 = 2\times1986 + 1$
$1\,986 = 2\times993 + 0$
$993 = 2\times496 + 1$
$496 = 2\times248 + 0$
$248 = 2\times124 + 0$
$124 = 2\times62 + 0$
$62 = 2\times31 + 0$
$31 = 2\times15 + 1$
$15 = 2\times7 + 1$
$7 = 2\times3 + 1$
$3 = 2\times1 + 1$
$1 = 2\times0 + 1$
Donc -1964 est représenté sur 16 bits par : 1111 1000 0101 0100

Autre méthode :
$1964 = 2\times982 + 0$
$982 = 2\times491 + 0$
$491 = 2\times245 + 1$
$245 = 2\times122 + 1$
$122 = 2\times61 + 0$
$61 = 2\times30 + 1$
$30 = 2\times15 + 0$
$15 = 2\times7 + 1$
$7 = 2\times3 + 1$
$3 = 2\times1 + 1$
$1 = 2\times0 + 1$
Donc 1964 est représenté par : 0000 0111 1010 1100
On inverse bit à bit : 1111 1000 0101 0011

CORRECTION

On ajoute 1 : 1111 1000 0101 0100
Donc -1964 est représenté sur 16 bits par : 1111 1000 0101 0100

2) 2107 + (-1964) se pose en binaire :

	0000 1000 0011 1011
+	1111 1000 0101 0100
1	0000 0000 1000 1111

Et 1000 1111 est égal à $1 + 2 + 4 + 8 + 2^7 = 15 + 128 = 143$
Et on vérifie qu'en décimal : 2107 – 1964 = 143.

<u>Exercice 3</u> : la représentation des nombres à virgule (2 points)

Expliquer comment sont représenté les nombres à virgule.

Donner un exemple.

On utilise une autre représentation similaire à la « notation scientifique » des calculatrices, sauf qu'elle est en base deux et non en base dix.
Un nombre est représenté sous la forme **s m 2^n** où **s est le signe du nombre, n son exposant et m sa mantisse**.
Le signe est + ou –, l'exposant est un entier relatif et la mantisse est un nombre à virgule, compris entre 1 inclus et 2 exclu.

Par exemple, quand on utilise 64 bits pour représenter un nombre à virgule, on utilise 1 bit pour le signe, 11 bits pour l'exposant et 52 bits pour la mantisse.

Le signe + est représenté par 0 et le signe - par 1. L'exposant n est un entier relatif compris entre –1024 et 1023, on le représente comme l'entier naturel n + 1023, qui est compris entre 1 et 2046. Les deux entiers naturels 0 et 2047 sont réservés pour des situations exceptionnelles (+∞, –∞, NaN). La mantisse m est un nombre binaire à virgule compris entre 1 inclus et 2 exclu, comprenant 52 chiffres après la virgule. Comme cette mantisse est comprise entre 1 et 2, elle a toujours un seul chiffre avant la virgule et ce chiffre est toujours un 1, il est donc inutile de le représenter et on utilise les 52 bits pour représenter les 52 chiffres après la virgule.

<u>Exemple</u> :
Soit le mot sur 64 bits suivant :
1100010001101001001111000011100000000000000000000000000000000000

Le signe est représenté par 1.

L'exposant est représenté par 10001000110.

La mantisse est représentée par
1001001111000011100000000000000000000000000000000000.

Le signe du nombre est –.

Le nombre 10001000110 est égal à 1094 et l'exposant du nombre est donc n = 1094 – 1023 = 71.

Sa mantisse est :

$m = 1.1001001111000011100000000000000000000000000000000000$

$= 1 + 1/2 + 1/2^4 + 1/2^7 + 1/2^8 + 1/2^9 + 1/2^{10} + 1/2^{11} + 1/2^{12} + 1/2^{17}$

$= (2^{17} + 2^{16} + 2^{13} + 2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^2 + 2 + 1) / 2^{17}$

$= \frac{206727}{131072}$.

Le nombre représenté est donc $-206727/131072 \times 2^{71} \approx -3.724\ldots \times 10^{21}$.

CORRECTION

Exercice 1 : bases de numération (4 points)

1) Ecrire en décimal les nombres binaires 111011, 1000101.
2) Ecrire en binaire les nombres suivants : 1964, 4169.

1) $111011 = 1\times2^0 + 1\times2^1 + 0\times2^2 + 1\times2^3 + 1\times2^4 + 1\times2^5 = 1 + 2 + 0 + + 8 + 16 + 32 = 59$

$1000101 = 1\times2^0 + 0\times2^1 + 1\times2^2 + 0\times2^3 + 0\times2^4 + 0\times2^5 + 1\times2^6 = 1 + 0 + 4 + 0 + 0 + 64 = 69$

2) $1964 = 2\times982 + 0$
$982 = 2\times491 + 0$
$491 = 2\times245 + 1$
$245 = 2\times122 + 1$
$122 = 2\times61 + 0$
$61 = 2\times30 + 1$
$30 = 2\times15 + 0$
$15 = 2\times7 + 1$
$7 = 2\times3 + 1$
$3 = 2\times1 + 1$
$1 = 2\times0 + 1$
Donc 1964 est représenté par : 111 1010 1100

$4169 = 2\times2084 + 1$
$2804 = 2\times1042 + 0$
$1042 = 2\times521 + 0$
$521 = 2\times260 + 1$
$260 = 2\times130 + 0$
$130 = 2\times65 + 0$
$65 = 2\times32 + 1$
$32 = 2\times16 + 0$
$16 = 2\times8 + 0$
$8 = 2\times4 + 0$
$4 = 2\times2 + 0$
$2 = 2\times1 + 0$
$1 = 2\times0 + 1$
Donc 4169 est représenté par 1 0000 0100 1001

CORRECTION

Exercice 2 : La représentation des entiers relatifs (4 points)

On considère dans cet exercice la notation en complément à 2 sur deux octets.

1) Dans cette notation, trouver la représentation en binaire des nombres suivants : 6194 et - 2017.
2) Effectuer en binaire, en posant l'opération en ligne l'opération 6194 + (-2017). Et montrer que le résultat en binaire correspond bien au résultat attendu en décimal.

1) $6194 = 2 \times 3097 + 0$
$3097 = 2 \times 1548 + 1$
$1548 = 2 \times 774 + 0$
$774 = 2 \times 387 + 0$
$387 = 2 \times 193 + 1$
$193 = 2 \times 96 + 1$
$96 = 2 \times 48 + 0$
$48 = 2 \times 24 + 0$
$24 = 2 \times 12 + 0$
$12 = 2 \times 6 + 0$
$6 = 2 \times 3 + 0$
$3 = 2 \times 1 + 1$
$1 = 2 \times 0 + 1$
Donc 6 194 est représenté sur 16 bits par : 0001 1000 0011 0010

-2 017 est représenté par $-2017 + 2^{16} = 65\ 536 - 2017 = 63\ 519$
$63\ 519 = 2 \times 31\ 759 + 1$
$31\ 759 = 2 \times 15\ 879 + 1$
$15\ 879 = 2 \times 7\ 939 + 1$
$7\ 939 = 2 \times 3\ 969 + 1$
$3\ 969 = 2 \times 1\ 984 + 1$
$1\ 984 = 2 \times 992 + 0$
$992 = 2 \times 496 + 0$
$496 = 2 \times 248 + 0$
$248 = 2 \times 124 + 0$
$124 = 2 \times 62 + 0$
$62 = 2 \times 31 + 1$
$31 = 2 \times 15 + 1$
$15 = 2 \times 7 + 1$
$7 = 2 \times 3 + 1$
$3 = 2 \times 1 + 1$
$1 = 2 \times 0 + 1$
Donc -2017 est représenté sur 16 bits par : 1111 1100 0001 1111

Autre méthode :
2017 = 2×1008 + 1
1008 = 2×504 + 0
504 = 2×252 + 0
252 = 2×126 + 0
126 = 2×63 + 0
63 = 2×31 + 1
31 = 2×15 + 1
15 = 2×7 + 1
7 = 2×3 + 1
3 = 2×1 + 1
1 = 2×0 + 1
Donc 2017 est représenté par : 0000 0111 1110 0001
On inverse bit à bit : 1111 1000 0001 1110
On ajoute 1 : 1111 1000 0001 1111
Donc -2017 est représenté sur 16 bits par : 1111 1000 0001 1111

2) 6194 + (-2017) se pose en binaire :

	0001 1000 0011 0010
+	1111 1000 0001 1111
1	0001 0000 0101 0001

Et 0001 0000 0101 0001 est égal à $1 + 2^4 + 2^6 + 2^{12} = 1 + 16 + 64 + 4\,096 = 4\,177$
Et on vérifie qu'en décimal : 6 194 – 2 017 = 4 177.