

Première L

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES - INFORMATIQUE
--

1^{er} trimestre 2009

Durée de l'épreuve : 1 h 30

Le candidat doit traiter les 3 exercices

**La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des justifications
entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.**

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le sujet comporte 5 pages, y compris celle-ci.

Exercice 1 (3,5 points)

Un ménage utilise un même combustible pour le chauffage et l'eau chaude sanitaire de sa maison. Il souhaite étudier la consommation de ce combustible et son coût. La cuve de combustible a une contenance de 6 000 litres et la jauge de contrôle est graduée en pourcentage.

On donne la copie d'écran d'une feuille de calcul automatisée concernant cette consommation de combustible.

Mis à part le prix du litre de combustible, toutes les valeurs numériques du tableau sont arrondies à l'entier le plus proche.

Pour utiliser cette feuille de calcul, on entre les données dans les cellules grisées.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2		Année 2008							Entre 2007 et 2008				
3		Prix du litre en euros		0,38 €					Economie		266,00 €		
4		Consommation totale		2820 litres					Surcoût		0 €		
5		Consommation moyenne		235 €									
6		Coût annuel		1 072 €									
7		Coût moyen mensuel		89 €									
8													
9		Année 2008						Rappel année 2007			Différence entre 2008 et 2007		
10		Mois	Valeur lue sur la jauge	Quantité restante	Consomm. par mois	Coût par mois		Consomm. Par mois	Coût par mois		En litres	En euros	
11													
12		Décembre (*)	75	4500									
13		Janvier	68	4080	420	160 €		420	206 €		0	-46 €	
14		Février	62	3720	360	137 €		460	225 €		-100	-89 €	
15		Mars	57	3420	300	114 €		360	176 €		-60	-62 €	
16		Avril	53	3180	240	91 €		270	132 €		-30	-41 €	
17		Mai	49	2940	240	91 €		180	88 €		60	3 €	
18		Juin	47	2820	120	46 €		50	25 €		70	21 €	
19		Juillet	46	2760	60	23 €		50	25 €		10	-2 €	
20		Août	45	2700	60	23 €		40	20 €		20	3 €	
21		Septembre	44	2640	60	23 €		70	34 €		-10	-12 €	
22		Octobre	42	2520	120	46 €		110	54 €		10	-8 €	
23		Novembre	36	2160	360	137 €		360	176 €		0	-40 €	
24		Décembre	28	1680	480	182 €		360	176 €		120	6 €	
25											90	-266 €	Total
26		* Fin décembre 2007											
27													
28													

QCM : (0,5 point par réponse juste / 0 point pour une absence de réponse / -0,25 point pour une réponse fausse)

Reporter sur votre copie le numéro de chaque question avec la lettre correspondante.

- 1) Une graduation de 1% sur la jauge correspond à :
 - A) 1 litre de combustible
 - B) 6 litres de combustible
 - C) 60 litres de combustible
 - D) 100 litres de combustible

- 2) La consommation moyenne mensuelle de combustible en 2007 est d'environ :
 - A) 235 litres
 - B) 90 litres
 - C) 227,5 litres
 - D) 100 litres

- 3) Entre les années 2007 et 2008 la consommation de combustible a augmenté d'un pourcentage le plus proche de :
 - A) 1%
 - B) 3,3%
 - C) 0,9%
 - D) 28%

- 4) Le prix d'un litre de combustible en 2007 est d'environ :
 - A) 0,49 €
 - B) 0,38 €
 - C) 0,22 €
 - D) 0,89 €

- 5) La formule entrée dans la cellule E13, avant recopie vers le bas jusqu'à la cellule E24 est :
 - A) 420
 - B) = D12 - D13
 - C) = 4500 - 4080
 - D) = D13*C13/100

- 6) La formule entrée dans la cellule F13, avant recopie vers le bas jusqu'à la cellule F24 est :
 - A) = \$E\$13*\$D\$3
 - B) = E13*\$D\$3
 - C) = 420*D3
 - D) = D6/12

- 7) La formule entrée en D12, avant recopie jusqu'à la cellule D24, est :
 - A) 4500
 - B) = C12*4500
 - C) = \$C\$12*60
 - D) = C12*60

Exercice 2 : loyers et charges (6,5 points)

Un propriétaire propose à la location deux appartements notés T1 et T2. Le loyer mensuel net pour chacun de ces deux appartements se compose de trois parties : le loyer mensuel hors charges noté loyer HC, les charges et la taxe locative sur le ramassage des ordures ménagères.

Tous les pourcentages demandés seront arrondis au dixième.

Le tableau ci-dessous contient les informations relatives à la location de ces deux appartements pour le mois de Janvier.

La taxe locative représente respectivement 10% et 12% du loyer HC des appartements T1 et T2.

1) a) Montrer que le loyer HC de l'appartement T2 est 455 €.

b) Recopier sur votre copie et compléter le tableau.

c) Pour l'appartement T1, calculer en pourcentage la part des charges par rapport au loyer mensuel net.

2) Si un locataire de l'appartement T2 reçoit une aide sociale de 260 € par mois pour le paiement de son loyer, quelle est, en pourcentage, la part de cette aide par rapport au loyer HC ?

Appartement	Loyer HC en €	Charges en €	Taxe locative en €	Loyer mensuel net en €
T1	360			461
T2			54,6	
Total				1043

Exercice 3 : utilisateurs d'internet en France (7 points)

En France, en 2003, on comptait 21,769 millions d'utilisateurs d'Internet, soit 42,6 % des personnes de plus de 11 ans.

En 2004, on comptait 23,723 millions d'utilisateurs d'Internet, soit 46,3 % des personnes de plus de 11 ans.

1) Peut-on affirmer que le nombre d'utilisateurs d'Internet, en France, a augmenté de 3,7 % ? Justifier la réponse.

2) En 2005, on comptait 26,1 millions d'utilisateurs d'Internet, soit 50,1 % des personnes de plus de 11 ans.

a) Calculer la part d'utilisateurs d'Internet, en France, par rapport au nombre total d'utilisateurs dans le monde qui s'élève à environ un milliard en 2005.

b) Calculer le pourcentage global d'évolution t entre les années 2003 et 2005.

- c) On note x le pourcentage d'évolution appliqué durant deux ans et correspondant au pourcentage global d'évolution tel que :

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 = 1 + \frac{t}{100}$$

Déterminer x .

Ce pourcentage est appelé le **pourcentage annuel moyen** d'évolution entre 2003 et 2005.

- 3) D'octobre 2006 à décembre 2006, le site Dailymotion a reçu respectivement 23 943 040 visiteurs et 54 671 187 visiteurs, d'après l'institut Médiamétrie.

Calculer le pourcentage d'évolution sur ces mois.

Calculer le pourcentage mensuel moyen d'évolution, comme dans la question précédente.

Exercice 4 : fonctions (3 points)

On donne les tables de valeurs de deux fonctions f et g .

x	0	1	5
$f(x)$	-5	-2	10

x	1,5	5	7
$g(x)$	2,1	7	9,8

Reconnaître parmi elles les fonctions qui peuvent être linéaires ou affines. Justifier les réponses.

CORRECTION

Exercice 1 (3,5 points)

Un ménage utilise un même combustible pour le chauffage et l'eau chaude sanitaire de sa maison. Il souhaite étudier la consommation de ce combustible et son coût. La cuve de combustible a une contenance de 6 000 litres et la jauge de contrôle est graduée en pourcentage.

On donne la copie d'écran d'une feuille de calcul automatisée concernant cette consommation de combustible.

Mis à part le prix du litre de combustible, toutes les valeurs numériques du tableau sont arrondies à l'entier le plus proche.

Pour utiliser cette feuille de calcul, on entre les données dans les cellules grisées.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2		Année 2008							Entre 2007 et 2008				
3		Prix du litre en euros		0,38 €					Economie		266,00 €		
4		Consommation totale		2 820 €					Surcoût		0 €		
5		Consommation moyenne		235 €									
6		Coût annuel		1 072 €									
7		Coût moyen mensuel		89 €									
8													
9			Année 2008					Rappel année 2007			Différence entre 2008 et 2007		
10		Mois	Valeur lue sur la jauge	Quantité restante	Consomm. par mois	Coût par mois	Consomm. Par mois	Coût par mois		En litres	En euros		
11													
12		Décembre (*)	75	4500									
13		Janvier	68	4080	420	160 €	420	206 €		0	-46 €		
14		Février	62	3720	360	137 €	460	225 €		-100	-89 €		
15		Mars	57	3420	300	114 €	360	176 €		-60	-62 €		
16		Avril	53	3180	240	91 €	270	132 €		-30	-41 €		
17		Mai	49	2940	240	91 €	180	88 €		60	3 €		
18		Juin	47	2820	120	46 €	50	25 €		70	21 €		
19		Juillet	46	2760	60	23 €	50	25 €		10	-2 €		
20		Août	45	2700	60	23 €	40	20 €		20	3 €		
21		Septembre	44	2640	60	23 €	70	34 €		-10	-12 €		
22		Octobre	42	2520	120	46 €	110	54 €		10	-8 €		
23		Novembre	36	2160	360	137 €	360	176 €		0	-40 €		
24		Décembre	28	1680	480	182 €	360	176 €		120	6 €		
25										90	-266 €	Total	
26		* Fin décembre 2007											
27													
28													

QCM : (0,5 point par réponse juste / 0 point pour une absence de réponse / - 0,25 point pour une réponse fausse)

Reporter sur votre copie le numéro de chaque question avec la lettre correspondante.

CORRECTION

- 1) Une graduation de 1% sur la jauge correspond à :
 - E) 1 litre de combustible
 - F) 6 litres de combustible
 - G) 60 litres de combustible
 - H) 100 litres de combustible

- 2) La consommation moyenne mensuelle de combustible en 2007 est d'environ :
 - E) 235 litres
 - F) 90 litres
 - G) 227,5 litres
 - H) 100 litres

- 3) Entre les années 2007 et 2008 la consommation de combustible a augmenté d'un pourcentage le plus proche de :
 - E) 1%
 - F) 3,3%
 - G) 0,9%
 - H) 28%

- 4) Le prix d'un litre de combustible en 2007 est d'environ :
 - E) 0,49 €
 - F) 0,38 €
 - G) 0,22 €
 - H) 0,89 €

- 5) La formule entrée dans la cellule E13, avant recopie vers le bas jusqu'à la cellule E24 est :
 - E) 420
 - F) = D12 - D13
 - G) = 4500 - 4080
 - H) = D13*C13/100

- 6) La formule entrée dans la cellule F13, avant recopie vers le bas jusqu'à la cellule F24 est :
 - E) = \$E\$13*\$D\$3
 - F) = E13*\$D\$3
 - G) = 420*D3
 - H) = D6/12

- 7) La formule entrée en D12, avant recopie jusqu'à la cellule D24, est :
 - E) 4500
 - F) = C12*4500
 - G) = \$C\$12*60
 - H) = C12*60

CORRECTION

- 1) 100% représente 6000 litres.
Donc 1% représente $6000:100 = 60$ litres.
La bonne réponse est donc la C.

- 2) On calcule la consommation moyenne des 12 mois de l'année 2007 :
$$\frac{420 + 460 + 360 + 270 + 180 + 50 + 50 + 40 + 70 + 110 + 360 + 360}{12} = \frac{2730}{12}$$

 $= 227,5$ litres
La bonne réponse est la C.

- 3) Entre 2007 et 2008, la consommation a augmenté de : $\frac{2820 - 2730}{2730} = 0,033$.
Soit 3,3 %.
La bonne réponse est la B.

- 4) Le prix d'un litre de combustible en 2007 est : $\frac{206}{420} \approx 0,49$
La bonne réponse est la A.

- 5) La bonne réponse est la B.

- 6) La bonne réponse est la B.

- 7) La bonne réponse est la D.

Exercice 2 : loyers et charges (6,5 points)

Un propriétaire propose à la location deux appartements notés T1 et T2.
Le loyer mensuel net pour chacun de ces deux appartements se compose de trois parties : le loyer mensuel hors charges noté loyer HC, les charges et la taxe locative sur le ramassage des ordures ménagères.

Tous les pourcentages demandés seront arrondis au dixième.
Le tableau ci-dessous contient les informations relatives à la location de ces deux appartements pour le mois de Janvier.
La taxe locative représente respectivement 10% et 12% du loyer HC des appartements T1 et T2.

- 1) a) Montrer que le loyer HC de l'appartement T2 est 455 €.
- b) Recopier sur votre copie et compléter le tableau.

CORRECTION

c) Pour l'appartement T1, calculer en pourcentage la part des charges par rapport au loyer mensuel net.

2) Si un locataire de l'appartement T2 reçoit une aide sociale de 260 € par mois pour le paiement de son loyer, quelle est, en pourcentage, la part de cette aide par rapport au loyer HC ?

Appartement	Loyer HC en €	Charges en €	Taxe locative en €	Loyer mensuel net en €
T1	360			461
T2			54,6	
Total				1043

1) a) Soit MTHC le loyer HC de l'appartement T2.

On a : $MTHC \times 0,12 = 54,6$

Donc $MTHC = \frac{54,6}{0,12} = 455 \text{ €}$.

Le loyer HC de l'appartement T2 est de 455 €.

b)

c) $\frac{65}{461} \times 100 \approx 14,1$

La part des charges par rapport au loyer mensuel net pour l'appartement T1 représente environ 14,1 %.

2) $\frac{260}{455} \times 100 \approx 57,1$

La part de l'aide par rapport au loyer HC est d'environ 57,1 %.

Exercice 3 : utilisateurs d'internet en France (7 points)

En France, en 2003, on comptait 21,769 millions d'utilisateurs d'Internet, soit 42,6 % des personnes de plus de 11 ans.

En 2004, on comptait 23,723 millions d'utilisateurs d'Internet, soit 46,3 % des personnes de plus de 11 ans.

1) Peut-on affirmer que le nombre d'utilisateurs d'Internet, en France, a augmenté de 3,7 % ? Justifier la réponse.

2) En 2005, on comptait 26,1 millions d'utilisateurs d'Internet, soit 50,1 % des personnes de plus de 11 ans.

a) Calculer la part d'utilisateurs d'Internet, en France, par rapport au nombre total d'utilisateurs dans le monde qui s'élève à environ un milliard en 2005.

b) Calculer le pourcentage global d'évolution t entre les années 2003 et 2005.

CORRECTION

- c) On note x le pourcentage d'évolution appliqué durant deux ans et correspondant au pourcentage global d'évolution tel que :

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 = 1 + \frac{t}{100}$$

Déterminer x .

Ce pourcentage est appelé le **pourcentage annuel moyen** d'évolution entre 2003 et 2005.

- 3) D'octobre 2006 à décembre 2006, le site Dailymotion a reçu respectivement 23 943 040 visiteurs et 54 671 187 visiteurs, d'après l'institut Médiamétrie.

Calculer le pourcentage d'évolution sur ces mois.

Calculer le pourcentage mensuel moyen d'évolution, comme dans la question précédente.

- 1) Le nombre d'utilisateurs d'Internet, en France, a augmenté entre 2003 et 2004 de : $\frac{23,723 - 21,769}{21,769} \approx 0,0898$ soit environ 8,89 %.

Nombre qui est différent de 3,7%.

- 2) a) La part d'utilisateurs d'Internet, en France, par rapport au nombre total d'utilisateurs en 2005 est de : $26,1/1\ 000 = 0,0261$
Soit un pourcentage de 2,61%.

- b) Le pourcentage global d'évolution entre 2003 et 2005 est de : $\frac{26,1 - 21,769}{21,769} \approx 0,199$ soit $t \approx 19,9$ %.

c) On a $1 + \frac{x}{100} = \sqrt{1 + \frac{t}{100}}$
D'où : $x = 100 \left(\sqrt{1 + \frac{t}{100}} - 1 \right)$

Or $1 + \frac{t}{100} = \frac{26,1}{21,769}$ (c'est le coefficient multiplicateur entre 2003 et 2005).

$$\text{Donc } x = 100 \left(\sqrt{\frac{26,1}{21,769}} - 1 \right) \approx 9,5 \%$$

- 3) Le pourcentage d'évolution sur ces mois est :

$$\frac{54\ 671\ 187 - 23\ 943\ 040}{23\ 943\ 040} \approx 1,28 \text{ soit un pourcentage d'augmentation}$$

de 128 % environ.

Soit p le pourcentage mensuel moyen d'évolution.

On a la relation :

CORRECTION

$$\left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 = \frac{54\,671\,187}{23\,943\,040}$$

$$\text{D'où } 1 + \frac{p}{100} = \sqrt{\frac{54\,671\,187}{23\,943\,040}}$$

$$\text{Soit } p = 100 \left(\sqrt{\frac{54\,671\,187}{23\,943\,040}} - 1 \right)$$

$p \approx 51,1$ soit un pourcentage mensuel moyen de 51,1 % environ.

Exercice 4 : fonctions (3 points)

On donne les tables de valeurs de deux fonctions f et g .

x	0	1	5
$f(x)$	-5	-2	10

x	1,5	5	7
$g(x)$	2,1	7	9,8

Reconnaître parmi elles les fonctions qui peuvent être linéaires ou affines.
Justifier les réponses.

La fonction f n'est pas linéaire car $f(0) \neq 0$.

$$\frac{2,1}{1,5} = \frac{7}{5} = \frac{9,8}{7} = 1,4.$$

Le coefficient de proportionnalité des lignes du tableau de valeurs de g est 1,4.
Donc la fonction g est linéaire (et donc aussi affine).

f est-elle affine ?

Vérifions si les variations des images sont proportionnelles aux variations de la variable pour la fonction f :

$$\frac{-2 - (-5)}{1 - 0} = 3$$

$$\frac{10 - (-5)}{5 - 0} = 3$$

$$\frac{10 - (-2)}{5 - 1} = 3$$

CORRECTION

Les variations des images sont bien proportionnelles aux variations de la variable pour la fonction f : donc f est une fonction affine.