

Première L

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES - INFORMATIQUE

3ème trimestre 2010

Durée de l'épreuve : 1 h 30

Le candidat doit traiter les 3 exercices

**La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des justifications
entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.**

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le sujet comporte 5 pages, y compris celle-ci.

Exercice 1 (9 points)

On se propose dans cet exercice de comparer les régimes pluviométriques de différentes villes de Bretagne et de Provence : sur une période de 38 ans, on a mesuré, en millimètres d'eau par m², les quantités de pluie tombées chaque année sur chacune de ces villes (pour simplifier le langage, on donnera le nom de pluviométrie à ces quantités).

Partie A : dans la ville de Brest

On donne ci-dessous, les valeurs de pluviométrie de Brest (en millimètres par m²), classées dans l'ordre croissant :

782,0	840	860,4	872,5	886,4	913,9	971,2	983,6
994,5	1029,7	1029,7	1031,8	1039,9	1045,7	1053,4	1061,1
1062,7	1097,8	1099,8	1101,0	1137,4	1140,2	1174,1	1180,9
1208,7	1209,6	1221,1	1224,1	1233,3	1238,9	1269,1	1269,4
1281,8	1297,2	1313,4	1383,3	1462,7	1603,6		

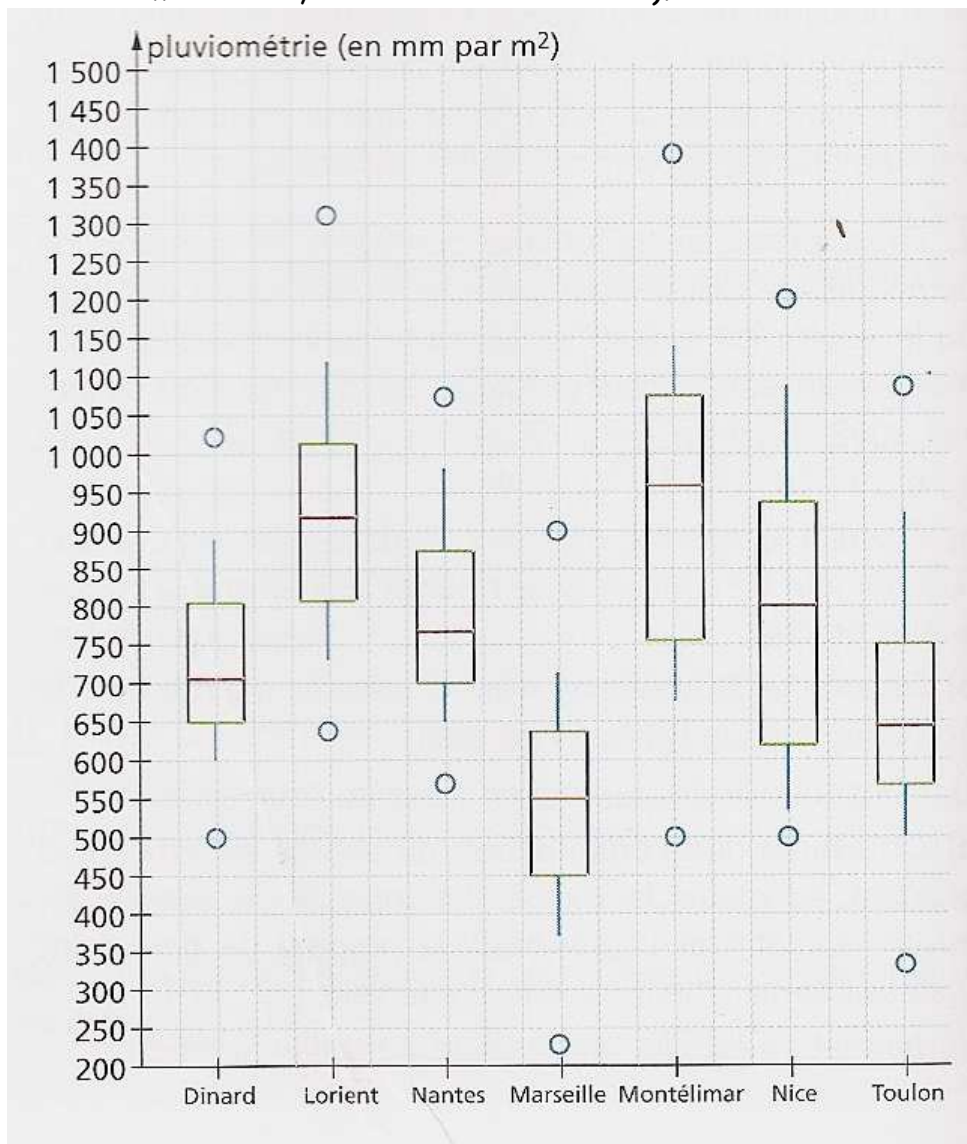
- 1) Calculer la moyenne de la pluviométrie à Brest pour les 6 années où la pluviométrie a été la plus faible.
- 2) Calculer, en détaillant, le premier quartile, la médiane et le troisième quartile de la série des 38 valeurs pour Brest, afin de compléter le tableau suivant.

Indicateurs statistiques de la pluviométrie (en mm par m²), enregistrée au cours de ces 38 années dans différentes villes.

villes de Bretagne				
	Brest	Dinard	Lorient	Nantes
minimum		499,7	638,1	567
D1	872,5	597,8	698,1	632,8
Q1		649,6	808	696
médiane		705,35	919,2	765,55
Q3		806,8	1016	878,6
D9	1313,4	886,5	1119,4	982,8
maximum		1021,2	1307,5	1076,1
Moyenne	1121,2	725,6	919,8	791,3
écart type	174,3	119,8	150,8	127,8

villes de Provence				
	Marseille	Montélimar	Nice	Toulon
Minimum	221,7	512,1	412,4	331,2
D1	369,8	675,8	538	499,2
Q1	447	753,8	617,2	564,6
Médiane	549,65	959,45	801,3	642,9
Q3	636,6	1077,5	938,6	754,2
D9	705,8	1145,2	1089,3	922,4
Maximum	901,5	1389,2	1203,9	886,3
Moyenne	543,7	927,6	798,9	673,6
écart type	142,3	204,9	208,7	163,7

- 3) Construire la boîte à moustaches correspondant à la pluviométrie de Brest, de la même façon que les diagrammes ci-dessous (comme pour les autres diagrammes, les extrémités des « pattes » seront constituées des premier et neuvième déciles, donnés dans le tableau).



Partie B : dans l'ensemble des villes

Répondre aux questions suivantes en utilisant le tableau et les diagrammes.

- 1) Pour quelle ville, l'écart interquartile est-il le plus faible ?
Combien cet écart vaut-il ?
- 2) Citer les villes dans lesquelles, pour au moins 50% des années, il est tombé plus de 900 mm d'eau par m².
- 3) Interpréter concrètement, en faisant une phrase, le fait que, pour la pluviométrie de Marseille, le premier quartile est égal à 447.
- 4) a) En observant les diagrammes, trouver la région dans laquelle se trouvent les deux villes ayant la pluviométrie la plus irrégulière. La réponse sera argumentée.
b) Quelles autres données, figurant dans le tableau, permettent la même conclusion ? La réponse sera argumentée.

Exercice 2 (9 points)

On a demandé aux 28 élèves d'une classe de Première L de prendre leur pouls au repos et de compter le nombre de battements cardiaques pendant une minute.

On obtient ainsi une série statistique à partir des résultats obtenus, rassemblés dans le tableau ci-dessous.

nombre de battements	44	59	62	63	65	67	68	70	72	73
effectifs	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2

nombre de battements	74	75	76	77	79	80	82	83	90	100
effectifs	2	1	2	1	1	2	3	1	1	1

- 1) a) Quels sont les nombres maximal et minimal de battements par minute de la classe ?
b) Déterminer la médiane de cette série. A l'aide d'une phrase, donner une interprétation de ce résultat.
c) Déterminer l'écart interquartile de cette série.
- 2) Représenter la série statistique par un diagramme en boîte sur lequel figureront les valeurs extrêmes, le premier et le troisième quartile ainsi que la médiane. (unité graphique 1 cm pour 5 battements par minute).
- 3) Calculer le nombre moyen de battements \bar{x} . (Le résultat sera arrondi au dixième).
- 4) a) On admet que l'écart type σ vaut environ 10,2. Calculer le pourcentage d'élèves qui se trouvent dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$.

- b) Peut-on dire qu'un quart des élèves ont un nombre de battements en dehors de cet intervalle ?
- 5) Pour tous les élèves du lycée, la même expérience est menée. On obtient une série de données que l'on suppose gaussiennes.
- a) La plage de normalité à 95% est l'intervalle [53 ;94].
A l'aide d'une phrase utilisant le nombre de battements, interpréter ce renseignement.
- b) Calculer alors le nombre moyen de battements par minute, puis l'écart type de cette série.

Exercice 3 (2 points)

Deux amies basketteuses comparent leur score sur les six derniers matchs qu'elles ont joués. Le tableau ci-dessous donne le nombre de paniers marqués par chacune d'elles.

match n°	1	2	3	4	5	6
Coralie	12	8	5	16	9	10
Séverine	10	11	12	10	8	9

Calculer le score moyen de chacune d'elles, puis la variance et l'écart type de ces deux séries (en détaillant les calculs).

Comparer les 2 séries à partir des écarts types.

CORRECTION

Exercice 1 (9 points)**Partie A : dans la ville de Brest**

On donne ci-dessous, les valeurs de pluviométrie de Brest (en millimètres par m²), classées dans l'ordre croissant :

782,0	840	860,4	872,5	886,4	913,9	971,2	983,6
994,5	1029,7	1029,7	1031,8	1039,9	1045,7	1053,4	1061,1
1062,7	1097,8	1099,8	1101,0	1137,4	1140,2	1174,1	1180,9
1208,7	1209,6	1221,1	1224,1	1233,3	1238,9	1269,1	1269,4
1281,8	1297,2	1313,4	1383,3	1462,7	1603,6		

$$1) \quad \text{moyenne} = \frac{782,0 + 840 + 860,4 + 872,5 + 886,4 + 913,2}{6} = 859,2$$

2)

villes de Bretagne				
	Brest	Dinard	Lorient	Nantes
minimum	782	499,7	638,1	567
D1	872,5	597,8	698,1	632,8
Q1	1029,7	649,6	808	696
médiane	1099,8	705,35	919,2	765,55
Q3	1233,3	806,8	1016	878,6
D9	1313,4	886,5	1119,4	982,8
maximum	1603,6	1021,2	1307,5	1076,1
Moyenne	1121,2	725,6	919,8	791,3
écart type	174,3	119,8	150,8	127,8

$$\frac{38}{4} = 9,5$$

$$\frac{38}{2} = 19$$

$$38 \times \frac{3}{4} = 28,5$$

Q1 correspond donc à la 10^{ème} valeur.

La médiane correspond à la 19^{ème} valeur.

Q3 correspond à la 29^{ème} valeur.

Partie B : dans l'ensemble des villes

1) L'écart interquartile est le nombre $Q3 - Q1$.

villes de Bretagne				
	Brest	Dinard	Lorient	Nantes
Q1	1029,7	649,6	808	696
Q3	1233,3	806,8	1016	878,6
Q3 - Q1	203,6	157,2	208	182,6

villes de Provence				
	Marseille	Montélimar	Nice	Toulon
Q1	447	753,8	617,2	564,6
Q3	636,6	1077,5	938,6	754,2
Q3 - Q1	189,6	323,7	321,4	189,6

L'écart interquartile le plus faible est celui pour la ville de Dinard, sa valeur est 157,2.

2) Ce sont les villes dont la médiane est supérieure ou égale à 900 mm.
Il s'agit de : Brest, Lorient et de Montélimar.

3) Pour la ville de Marseille, un quart des 38 années ont eu une pluviométrie inférieure ou égale à 447 mm.

4) a) Les deux villes qui ont la pluviométrie la plus irrégulière sont Montélimar et Nice car leur diagramme en boîte est le plus étendu (2 plus grands écarts interquartiles) et 2 plus grandes étendues).

La région correspondante est donc la Provence.

b) La comparaison des étendues (Max - Min) ou des écart-types (plus élevés pour ces deux villes que pour les autres villes) confirme le résultat précédent.

CORRECTION

Exercice 2 (9 points)

- 1) a) Maximum = 100 et Minimum = 44
 b) On construit le tableau des fréquences et des fréquences cumulées croissantes.

nombre de battements	44	59	62	63	65	67	68	70	72	73	74
effectifs	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
Fréquences	3,6%	3,6%	3,6%	3,6%	3,6%	3,6%	3,6%	7,1%	7,1%	7,1%	7,1%
Fréquences cumulées croissantes	3,6%	7,1%	10,7%	14,3%	17,9%	21,4%	25,0%	32,1%	39,3%	46,4%	53,6%

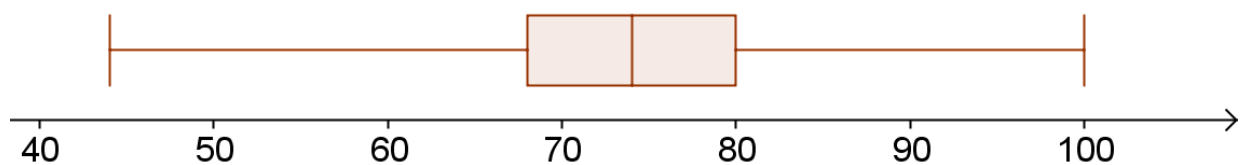
nombre de battements	75	76	77	79	80	82	83	90	100
effectifs	1	2	1	1	2	3	1	1	1
Fréquences	3,6%	7,1%	3,6%	3,6%	7,1%	10,7%	3,6%	3,6%	3,6%
Fréquences cumulées croissantes	57,1%	64,3%	67,9%	71,4%	78,6%	89,3%	92,9%	96,4%	100,0%

La médiane correspond à la première fréquence cumulée croissante supérieure à 50% : soit 74.

Au moins 50% des personnes ont un nombre de battements inférieur à 74.

- c) $Q1 = 68$ et $Q3 = 80$
 Ecart interquartile = $Q3 - Q1 = 80 - 68 = 12$

2)



$$3) \quad \bar{x} = \frac{44 \times 1 + 59 \times 1 + \dots + 90 \times 1 + 100 \times 1}{28} = \frac{2068}{28} \approx 73,9$$

$$4) \quad a) \quad [\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma] \approx [63,7 ; 84,1]$$

22 valeurs sont comprises dans cet intervalle.

Le pourcentage correspond est donc $\frac{22}{28} \approx 0,786$ soit environ 78,6%

CORRECTION

b) Le pourcentage en dehors de cet intervalle est de $\frac{6}{28}$ soit environ 21% < 25%
 Moins d'un quart des élèves ont un nombre de battements en dehors de l'intervalle $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$.

5)a) Environ 95 % des élèves ont un nombre de battements compris entre 53 et 94.

b) $I_{95\%} = [m - 2s; m + 2s] = [53; 94]$ avec m étant la moyenne et s l'écart-type de la série.

$$\text{On en déduit que : } m = \frac{53 + 94}{2} = 73,5$$

$$\text{et que : } s = \frac{94 - 53}{4} = 10,25$$

Exercice 3 (2 points)

Pour Coralie :

match n°	1	2	3	4	5	6	Somme	Moyenne
Coralie	12	8	5	16	9	10	60	10
$(x_i - m)^2$	4	4	25	36	1	0	70	11,7

Variance 11,7

Ecart-type 3,42

$$\text{Moyenne} = \frac{12+8+5+16+9+10}{6} = \frac{60}{6} = 10$$

Variance =

$$\frac{(12 - 10)^2 + (8 - 10)^2 + (5 - 10)^2 + (16 - 10)^2 + (9 - 10)^2 + (10 - 10)^2}{6} = \frac{70}{6} =$$

$$\frac{35}{3} \approx 11,7$$

$$\text{Ecart-type} = \sqrt{\frac{35}{3}} \approx 3,42.$$

Pour Séverine :

match n°	1	2	3	4	5	6	Somme	Moyenne
----------	---	---	---	---	---	---	-------	---------

CORRECTION

Séverine	10	11	12	10	8	9	60	10
$(x_i - m)^2$	0	1	4	0	4	1	10	1,7

Variance 1,7

Ecart-type 1,29

$$\text{Moyenne} = \frac{10+11+12+10+8+9}{6} = \frac{60}{6} = 10$$

$$\text{Variance} = \frac{(10 - 10)^2 + (11 - 10)^2 + (12 - 10)^2 + (10 - 10)^2 + (8 - 10)^2 + (9 - 10)^2}{6} = \frac{10}{6} =$$

$$\frac{5}{3} \approx 1,7$$

$$\text{Ecart-type} = \sqrt{\frac{5}{3}} \approx 1,29$$

Les deux séries ont la même moyenne.

Mais la série des notes de Séverine est moins dispersée que celle des notes de Coralie (car l'écart type est plus petit).